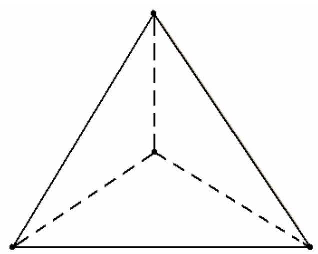
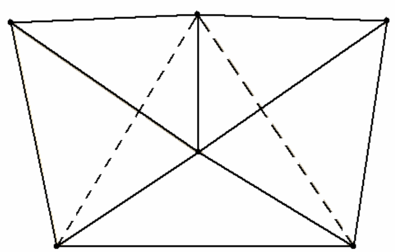
Bodovanie: Za každú z dvoch otázok sa dalo získať 2,5 bodu, ak ste k nim napísali správnu odpoveď aj s postupom (postupy k obom otázkam sa síce prelínajú, ale keď ste na jednu odpoveď úplne zabudli, tak už je to o 2,5 boda menej). Mimochodom, mnohí z vás písali ako druhú odpoveď, že vpravo spadne 19 perál, vľavo 17. To je síce pravda, ale otázka bola, na ktorej strane spadne viac. A aj keď je nám všetkým jasné, že 19 > 17, tak to nie je odpoveď na otázku... Takže za to som strhával pár desatín bodu.

Príklad S5: Paličky. *Opravovala Lucia „Lia“ Schoberová.*



Základom celého riešenia je postavenie prvého trojuholníka, to bolo zrejmé všetkým z vás. Ibaže ďalšie úvahy a kroky odhalia, či dostaneme najmenší možný počet paličiek pri vytvorení prívesku z 10 trojuholníkov. To znamená asi toľko, že jeden trojuholník je potrebné vytvoriť na čo najmenej paličiek. Pomerne komplexné riešenie sa nám črtá v priestore s použitím štvorstenu (trojbokom ihlane, ktorý má všetky steny v tvare zhodných rovnostranných trojuholníkov, je na obrázku). Teraz môžeme nadviazať na náš vytvorený trojuholník a ďalšími troma paličkami ho doplniť na štvorsten. Zatiaľ máme 4 trojuholníky a spotrebovali sme 6 paličiek. Ďalej je potrebné pokračovať v podobnom šetriacom postupe. Na jednej stene štvorstena dokážeme vytvoriť ďalší, ktorý použitím iba 3 paličiek vytvorí 3 trojuholníky. Aktuálny stav trojuholníkov je 7 a použitých paličiek 9. Na jednej z voľných stien vzniknutého telesa vieme iba pomocou 3 paličiek vytvoriť posledné 3 trojuholníky. Konečný výsledok: 10 trojuholníkov a *9+3 = 12* paličiek.



Bodovanie: 0,5 bodu za riešenie pre najvyšší možný počet paličiek. 1 bod za neúplné riešenie v rovine. 2,5 bodu za úplné riešenie v rovine. 4 až 5 bodov za riešenie v priestore s patričným vysvetlením.

organizátor korešpondenčného seminára Pikomat

podporuje odborný rast organizátorov seminára

PIKOMAT

Vzorové riešenia 1. série letnej časti, kategória 7-9

Príklad S1: Stávka. *Opravovala Vlasta „Krupla“ Gubášová.*

Skôr než vysvetlím riešenie úlohy, chcem upozorniť na nutnosť naučiť sa **čítať** zadania úloh **s porozumením**. Viac ako tretina riešiteľov riešila inú úlohu len preto, že si vysvetlila formuláciu vety *„...striedavo hovoria celé čísla od 1 do 8...“* buď ako *„... hovoria postupne všetky čísla idúce za sebou od 1 do 8 cyklicky (1,2,3,4,...,8,1,2,3,...)“* alebo ako *„... hovoria tie isté čísla, len sa v hovorení striedajú...(napr.: 5,6,5,6,5,6,...)“*. Ak podmienka (pravidlo hry) nie je priamo a jednoznačne v zadaní uvedená, neuvažujeme s ňou pri riešení úlohy.

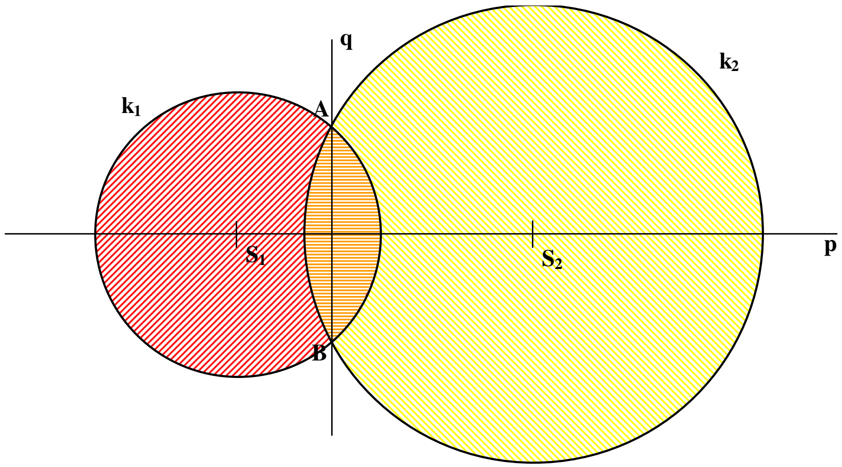
Teda pravidlám hry bolo treba rozumieť nasledovne. Hrajú dvaja hráči, každý „ťahá“ tak, že povie ľubovoľné číslo z čísel od 1 do 8 (vrátane čísel 1 a 8) a v ťahaní sa pravidelne striedajú. Po každom ťahu sa sčítajú všetky čísla dovtedy povedané (teda oboch hráčov spolu, nie každého zvlášť, ako niektorí z vás tiež chybne vyvodili). Vyhrá ten hráč, po ktorého ťahu bol tento súčet aspoň 174.

Teraz k vyhrávajúcej stratégii hry. Zavedieme pojem *kritická pozícia* – je to také číslo, udávajúce aktuálny súčet, po ktorom hráč, ktorý je na ťahu, nemôže vyhrať. Najväčším takým číslom je 174. K nemu sa dá dostať z ľubovoľného čísla menšieho o 1 až 8, teda z čísel 173 až 166, ktoré sú vyhrávajúce - hráč, ktorý z nich ťahá, vie „dotiahnuť“ na kritickú pozíciu pre súpera. Ďalšia kritická pozícia je teda o 9 menšia ako 174, teda 165. Takýmto postupom môžeme nájsť všetky kritické pozície, teda i prvú – najmenšiu, ktorá zaručí Petre výhru, ak na ňu potiahne: 174, 165, 156, 147, 138, 129, 120, 111, 102, 93, 84, 75, 66, 57, 48, 39, 30, 21, 12, **3.** Vyhrávajúca stratégia je teda pre prvého hráča prvým ťahom na číslo 3 a v každom ďalšom ťahu „doťahovaním“ na súčet 9 k predchádzajúcemu ťahu súpera.

Bodovanie: 1 bod za správny prvý ťah bez postupu riešenia alebo za riešenie inej úlohy s neúplnou stratégiou. 2 body za riešenie inej úlohy s dobrou vyhrávajúcou stratégiou. 3 body za správnu stratégiu, ale chybný prvý ťah. 4 body za vyhrávajúcu stratégiu pre cieľ dosiahnuť práve 173 (nie aspoň 174). 5 bodov za úplnú vyhrávajúcu stratégiu.

Príklad S2: Sadenie kvetov. *Opravovala Emília „Kami“ Miťková.*

Na obrázku je náčrt, ako to mohlo(!) vyzerať. Stromčeky sú označené S_1, S_2, kružnice vytvorené špagátmi k_1, k_2, body A a B sú priesečníky špagátov, teda kružníc. Priamku, ktorá prechádza bodmi S_1, S_2 si môžeme označiť p, priamku, ktorá prechádza bodmi A, B označíme q. Priamka q prechádza aj bránami parku (ale nevieme kde presne). Peťa teda mala určiť uhol priamok p, q.



V náčrte to tak vyzerá a aj zopár narysovaných a odmeraných obrázkov nás môže priviesť k myšlienke, že priamky p, q sú na seba kolmé. Lenže za zadania nepoznáme vzdialenosť stromčekov, ani polomery kružníc (ktoré navyše nemusia byť rovnaké).Teda narysovať presne „zmenšený“ park, v ktorom by sme odmerali hľadaný uhol, nevieme. Skúsme teda vyriešiť úlohu všeobecne.
Zamyslime sa, kde leží os úsečky AB. Vieme že $|S_1A| = |S_1B|$, lebo sú to polomery tej istej kružnice. Teda bod S_1 je rovnako vzdialený od koncových bodov úsečky AB – preto leží na jej osi. Z tých istých dôvodov leží aj bod S_2 na osi AB. Takže os úsečky AB je priamka, na ktorej navyše ležia aj body S_1, S_2. Priamka, na ktorej ležia dva body S_1, S_2 je však jediná a už sme ju označili p. Teda os úsečky AB musí byť vlastne priamka p.
Zistili sme, že úsečka AB je kolmá na priamku p (lebo p je os AB). A pretože úsečka AB je časťou priamky q, je aj priamka q kolmá na priamku p.
Priamky p, q zvierajú uhol veľký 90°, a toto bol jeden z možných spôsobov, ako na to mohla Peťa iba zamyslením prísť.

Bodovanie: Odpoveď 90° za 2 body, zdôvodnenie za 3 body.

Príklad S3: Páry. *Opravoval Michal „Kladivo“ Kováč.*

Táto úloha nemala riešenie. Aj také sa stáva. Podľa rád tatka Pikomatka ste mali nájsť všetky riešenia. Väčšinou je to jedno, niekedy viacej, tentoraz to bolo nula riešení.
Stačí nájsť niekoľko tvrdení, ktoré si navzájom odporujú. Potom je jasné, že ľubovoľné rozloženie párov nie je správne.

9. Božena sedí na ľavom okraji.
10. Vedľa Boženy sedí Ivana.
17. Dievča s kyticou narcisov je napravo od Márie.
12. Pavol sedí napravo od toho, čo kúpil narcisy.

Z týchto štyroch viet vieme jednoznačne určiť, kto/čo je na ktorej pozícii v polkruhu. Zľava doprava: Božena – Ivana – Mária – narcisy – Pavol.

(6.) Tenista Juraj má Zuzanu.

Zuzana nemôže sedieť na prvých troch miestach zľava, tam sú iné dievčatá. A tiež nesedí s Pavlom, lebo sedí s Jurajom. Ostáva 4. miesto zľava, takže tenista Juraj kúpil Zuzane narcisy.

(11.) Tenista kúpil fialky.

To je očakávaný spor. Ako sa dalo prísť na to, že treba hľadať spor? Pri klasickom vypĺňaní tabuľky sa vyskytli isté problémy. Vtedy treba zopakovať vypĺňanie a dávať pozor fakt na každý krok a hľadať takú postupnosť vypĺňania, aby sa k tomu sporu dalo prísť čo najkratšie.

Bodovanie: Za zistenie, že príklad nemá riešenie, bol 1 bod. Ďalšie 4 body sa dalo získať za dôkaz, že to riešenie nemá. Uvítal som zamyslenia sa nad pravidlami, ako sa dajú pochopiť, aby to riešenie malo, napríklad výmenou pohľadu. Veľa z Vás to aj tak vyriešilo, že ste umiestnili ľavý okraj na pravú stranu so zdôvodnením, že ľavý okraj je z pohľadu Peti a „napravo od“ je z pohľadu sediacich. Ale taká zmena pravidiel sa dala použiť **až po** dôkaze, že to nemá riešenie. Častokrát ste uviedli riešenie s touto zmenou, lebo Vám to nevychádzalo s pôvodným znením a neuvedomili si, že nie každý príklad musí mať riešenie. Za to nejaké body boli, ale nie veľa, záviselo od popisu. Štandardne však medzi 2 až 4 bodmi.

Príklad S4: Rozsypané perly. *Opravoval Martin „Panda“ Svetlík.*

Dobre, túto sériu sa nebudem rozpisovať, a pôjdem rovno k veci. Zadanie je jasné, máme 17 perál na jednej strane, 19 na druhej, a kotúľajú sa oproti sebe, zrážajú, odrážajú, padajú... ☺. Pozrime sa na taký odraz zblízka. Najprv ide jedna perla doľava, a jedna doprava, ŤUK, a potom zase ide jedna perla doprava jedna doľava – teda síce si tie perly „vymenia smery“, ale počet perál idúcich doprava aj idúcich doľava ostáva. A tu už vidíme odpoveď na druhú otázku. Keďže počet perál idúcich oboma smermi sa pri odrazoch nemení a na začatku išlo viac perál doprava, tak aj na konci pôjde tiež viac perál doprava. A tam aj spadnú. **Teda viac perál spadne na pravej strane.**
A tí pozornejší z vás už určite prišli na to, že ak zrážky na počte perál idúcich oboma smermi nič nemenia, môžme ich úplne zanedbať a predstaviť si, že tie dva rady perál idú síce opačnými smermi, no vedľa seba. Môžeme to spraviť – naše ŤUK vymeníme za prechádzanie perál vedľa seba. Tým nijakú zrážku nepridáme, ani neodstránime. A nezaujíma nás, ani ktorá konkrétna perla sa to vlastne zráža, iba to, ktorým smerom ide (a to sme si ukázali vyššie, že to ich bude stále rovnako – 17 a 19). Potom teda nebudeme počítať zrážky, ale koľkokrát budú dve perly vedľa seba. No a keďže každá perla z jedného radu bude práve raz vedľa každej perly z druhého radu, tak spolu to bude presne *17.19 = 323-krát*. **Teda aj zrážok v našom prípade bude 323.**