

Svoje riešenia príkladov 2. série nám pošli najneskôr **19. marca 2007** (rozhodujúca je pečiatka pošty) na adresu:

**Pikommat 7 - 9, P-MAT, n. o.
P. O. Box 2, 814 99 Bratislava 1**

Tešíme sa na Tvoje riešenia!

→ **PIKOMAT na internete**
www.p-mat.sk/pikommat ←

Aktuálne: Zadania // Vzorové riešenia // Výsledkové listiny

V prípade, že sa nás chceš niečo opýtať, napíš nám e-mail na adresu:

pikommat@p-mat.sk

Rady tatka Pikomatka

Rada prvá: Nezabudni napísať celý svoj postup aj s vysvetlením...

Rada druhá: Pokús sa nájsť všetky riešenia - vyriešiť úlohu neznamená objaviť jedno riešenie!

Rada tretia: Ak si myslíš, že úloha nemá riešenie, pokús sa aj vysvetliť, prečo ho nemá.

Rada štvrtá: Ak ideš skúšať všetky možnosti, nájdi si nejaký systém, aby sa ti nestalo, že polovicu možností zabudneš vyskúšať... Nezabudni nám o svojom systéme aj napísať!

Rada piata: Neprepadaj panike! Pošli nám aspoň to, čo už máš, prípadne sa k tomu vráť neskôr, možno to pôjde lepšie...



organizátor korešpondenčného
seminára Pikomat



podporuje odborný rast
organizátorov seminára

PIKOMAT

Zadania 2. série letnej časti, kategória 7 - 9

Rýchle Brko sa zobudil. Vyšiel von zo svojho vlgvamu a videl, že už svitol nový deň. Ale bol to iný deň ako ten predošlý. Všetko bolo sviežejšie – rastliny boli zelenšie, vtáky štebotali a aj bizóny akoby sa preháňali veselšie. Rýchle Brko vedel, prečo je to tak. Dúhová veža bola postavená a včera po dlhej dobe pršalo... Rýchle Brko sa išiel prejsť za potok a videl, že aj tam je príroda sviežejšia. Natrhal si nejaké bobule z neďalekých kríkov a s chuťou ich zjedol. Potom išiel naspäť do dediny a pritom rozmýšľal o včerajšku. Včera bola oslava a na nej aj turnaj v Konvojoch. Turnaj... Rýchle Brko ako budúci dedinský zapisovač bol poverený na tomto turnaji zapisovať výsledky. Keďže však myslel na zaujímavé kamene, tak bol trochu roztržitý a... No čo už. Už sa tým nebude trápiť. Došiel na svoje obľúbené miesto, že si ľahne, a tam už ležal jeho brat Statočný Orol. V ruke mal papier a pero. Rýchlemu Brku sa to nezдалo, veď zapisovačom mal byť on. Spýtal sa brata, čo robí. „Aaale, rozmýšľam o Konvojoch...“

„Ale veď si už zistil, koľko súťažiacich bolo domácich.“ „Áno, ale teraz rozmýšľam nad samotnou hrou. Nechceš si zahrať?“ Zahrali si zopár partii, ale stále vyhrával Statočný Orol. „Mne sa už nechce, stále len vyhrávaš.“ „Áno, veď práve o tom som rozmýšľal. Ide o to, ako máš rozložené jednotlivé vozy konvoja, ale aj o to, kam strieľaš. Tak som sa zamyslel, ako je najlepšie triafať. Napríklad, predstav si, že by si mal na pláne len dostavník. Na koľko najmenej ťahov by si ho dokázal zostreliť?“ „Neviem,“ priznal Rýchle Brko, „ale na 30 by som ho trafil určite aspoň raz.“ „Tridsať je veľa, dokážem to na menej,“ nedal sa Statočný Orol.



Príklad S1: Konvoje

Indiánske Konvoje majú pravidlá ako naše Lodičky. Na štvorcovom pláne 8×8 políčok je rozložených niekoľko vozov, ktoré majú rôzne tvary. Statočného Orola a Rýchle Brko však tieto vozy nezaujímajú a náhodne umiestnia na plán iba dostavník, ktorý má tvar ako na obrázku. Tento dostavník môže byť na pláne ľubovoľne otočený, musí však zaberáť presne 7 plných políčok. Najmenej koľko výstrelov potrebujú, aby ho zasiahli aspoň raz? Na ktoré



Toto je dostavník

polička treba strieľať? Ukážte, že pre vaše riešenie neexistuje také umiestnenie dostavníka, aby ho ani jeden z výstrelov netrafil.

Rýchle Brko sa zamyslel a zistil, že 30 výstrelov by bolo naozaj veľa. Už ho však nebavilo hrať sa s bratom túto hru, keďže to vyzeralo, že Statočný Orol pozná stratégiu. A tak si len tak ľahol a premýšľal o všeličom a o ničom zároveň. Termín jeho vymenovania za hlavného dedinského zapisovača sa blížil, no predtým musí ešte spraviť skúšky a ešte sa veľa učiť. Ale teraz bude oddychovať. Statočný Orol ho nechal, nech si vylihuje, a rozhodol sa, že mu vyrobí nejakú hračku. Keďže ho nič nenapadlo, rozhodol sa, že mu spraví niečo, čo bude súvisieť s jeho budúcou funkciou.

Príklad S2: Kocka

A tak z dreva vyrezal kocku a zárezmi ju rozdelil, aby vyzerala tak, akoby sa skladala z $3 \times 3 \times 3$ malých kocočiek. Keďže mala povrch rozdelený na 54 štvorčiek, na každý z nich napísal jedno písmeno (26 malých, 26 veľkých a na zvyšné dva napísal indiánske znaky pre „Rýchle Brko“ a kmeň Pixiov). Dal túto kocku bratovi, no ten, keďže bol v písaní oveľa lepší, si všimol, že niektoré písmená nie sú správne. A tak Statočný Orol z tejto kocky vyrezal (podľa zárezov, ktorými bola rozdelená) 5 malých kocočiek, na ktorých boli zlé písmená. Všimol si, že teraz má táto upravená „kocka“ zase 54 štvorčiek, na ktoré sa dá písať. Tak šiel za súčasným zapisovačom a poprosil ho, aby na tie nepopísané štvorčky napísal znaky, ktoré on sám napísať nedokázal. Zapisovač to spravil a pozrel sa na „kocku“. Nepáčili sa mu ešte niektoré písmená. A tak Statočný Orol vyrezal ďalších 5 kocočiek a, čuduj sa svete, zase mu vzniklo teleso, ktoré malo povrch presne 54 štvorčiek, a tak na ňom mohli byť všetky znaky, boli pôvodne na kocke.

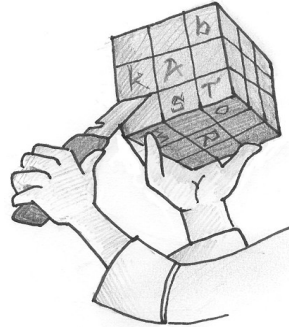
Ktoré kocôčky odrezal Statočný Orol najprv a ktoré neskôr u zapisovača? Výsledný darček bol v jednom kuse – „kocôčky“ sa musia dotýkať aspoň stenou (hranou či vrcholom nestačí).

„Uau,“ potešil sa Rýchle Brko z darčeka. Rozhodol sa, že keď bude mať čas, tak svojmu bratovi tiež niečo vyrobí. Ten ale teraz nemal. Musel sa pripravovať na svoju ďalšiu dôležitú skúšku. Bledé tváre boli neúprosne, a preto museli indiánske kmene pochovať svoje staré spory a začať spolupracovať. Do dediny mali prísť náčelníci okolitých dedín a súčasný zapisovač dovolil Rýchlemu Brku ísť na ich poradu spolu s ním a sledovať ho pri robení zápisu. Potom mu pomôže prepísať ho pre všetkých náčelníkov. Keďže to bola dôležitá činnosť, musel byť dôkladne pripravený.

Keď nadišiel deň D, do dediny prišlo 5 náčelníkov. Náčelník Pixiov, Hnedý Bizón, ich pozval do svojho vigvamu a zapisovateľ s Rýchlym Brkom vošli za nimi. Niektorí náčelníci sa už poznali, niektorí ešte nie.

Príklad S3: Náčelníci

Každý zo šiestich náčelníkov na porade poznal párny počet iných náčelníkov (poznatie sa je vzájomné – ak pozná niektorý z nich niektorého, tak aj tento pozná jeho). Ukážte, že medzi nimi boli aspoň traja, čo poznali rovnaký počet náčelníkov.



Náčelníci sa radili dlho. Samozrejme, hlavným bodom boli bledé tváre (no Rýchle Brko vedel, že keď sa porada skončí a on so zapisovateľom odídu prepisovať, náčelníci sa ešte budú baviť o love, ženách a ohnivej vode). Najprv sa rozoberali možnosti dohody s bledými tvármi, no pre prípad núdze sa bolo treba dohodnúť aj na obranných taktikách, keby bledé tváre vykopali vojnovú sekeru. Ostrý Tomahavk, jeden z náčelníkov, navrhol, aby každá dedina mala k dispozícii 90 bojovníkov. Keďže číslo bolo v indiánskej viere silným symbolom múdrosti a bystrosti, každý z týchto 90 bojovníkov by bol očíslovaný iným dvojčiferným číslom. Časť z nich by v prípade vojny ostala brániť svoju dedinu a časť by išla do spoločného protiútku. No a aby sa u Manitu zaistila priazeň a ochrana, súčiny čísel v týchto dvoch skupinách musia byť rovnaké. „A nebude jedna skupina oveľa menšia ako druhá?“ odvážil sa spýtať Rýchle Brko, ktorému to nedalo. Hnedý Bizón na neho ukázal prstom. „Ty...“ Rýchlemu Brku sa srdce rozbúšilo o stošesť. „Možno máš pravdu. Prived' Statočného Orola, nech nám to vyráta.“ Rýchlemu Brku odľahlo a išiel. Bolo logické, že mal priviesť práve svojho brata, veď ten bol jeden z najlepších v počítaní z dediny (preto sa mal stať zásobosledovačom dediny, čo bola dôležitá funkcia, keďže pred každou zimou sa museli indiáni poriadne zásobiť, aby neumreli od hladu). Statočný Orol prišiel do stanu, vypočul si problém a pustil sa do jeho riešenia.

Príklad S4: Delenie vojakov

Rozdeľte 90 vojakov, každého s iným dvojčiferným číslom, do dvoch skupín tak, aby sa súčiny ich čísel v oboch skupinách rovnali.

Keď sa náčelníci konečne dohodli, schôdza sa skončila a Rýchle Brko išiel so svojim učiteľom prepisovať zápis z nej. Práca to bola dlhá a únavná, a musel sa stopercentne sústrediť, lebo pri jedinej chybe by musel začínať odznova. Nakoniec spolu spravili 6 prepisov pre náčelníkov (háďajte, kto stihol viac) a potom si išli oddýchnuť. Rýchlemu Brku sa snívalo o... nie, nie o písaní, toho mal dnes dosť, snívalo sa mu o kameňoch. Pred časom našiel dva pekné kamene a skúšal jeden preklápať okolo druhého. Ešte ich možno niekde mal. Jeden z nich bol obdĺžnik a druhý rovnostranný trojuholník. Keď tak nad tým uvažoval, také presné tvary sa v prírode len tak nevyskytujú. Zaujalo ho to natoľko, až ho to zobudilo... Zaujímavé, čo človeka nenapadne vo sne... Tak sa rozhodol, že pôjde hľadať ďalšie také kamene...

Príklad S5: Kamene

Po pár hodinách sa mu podarilo nájsť ďalšie obdĺžnikové kamene. Zistil, že dva z nich do seba celkom zaujímavovo zapadajú. Keď ich položil na seba, tak každý vrchol menšieho ležal na inej strane väčšieho. To by nebolo samo o sebe až také zaujímavé, ale dva protíahlé vrcholy ležali presne v stredoch strán toho väčšieho. A najzaujímavejšie bolo, že kratšia strana väčšieho bola rovnako dlhá ako dlhšia strana menšieho.

Narysujte také dva obdĺžniky, ktoré spĺňajú tieto vlastnosti.

Rozhodol sa, že pohľadá ešte nejaké pekné kamene, ale už nič nenašiel. Keďže čas pokročil a začalo sa stmievať, tak sa Rýchle Brko rozhodol, že sa vráti do dediny. Keď tak hodnotil svoju druhú významnú zapisovačskú úlohu, zvládol ju celkom dobre. Nič nezabudol, nič nepokazil, nezaspal na nudnej porade a vôbec. Ale teraz už naozaj bolo načase ísť spať. Dupočul sa, že bledé tváre pár míľ za lesom stavajú trať pre ohnivého koňa a zajtra sa na ňu chceli s bratom ísť pozrieť. Takže musí byť oddýchnutý. Vošiel do svojho vigvamu, ľahol si a o chvíľu zaspal.