Príklad S5: Poškodená komunikácia *opravoval Mišo Kováč*

Najjednoduchšie bolo vypísať všetkých 24 možností, ako tie káble mohli byť pozapájané. V tom bolo treba nájsť si systém (napríklad najprv vypísať tie, ktoré začínajú neprerušeným a pod.). Keď máme vypísané všetky zapojenia, potom si pre každé predstaviť putovanie správy (ako sa po ceste mení) a napísať výsledok - aká správa príde Zoltánovi. Z toho vidíme, koľko možností zapojenia je takých, aby prišlo NIE.

Viacerí z vás vyjadrili šancu v percentách. To sa robí tak, že sa počet vyhovujúcich zapojení ("vyhovujúcich" znamená vyhovujúcich zadaniu, takže tie, keď príde Zoltánovi NIE) vydelí počtom všetkých zapojení. Výsledok potom vynásobíme 100, lebo chceme, aby keď každé zapojenie prepošle NIE, to bolo 100%.

NPNP nie NPNS nie NPSN áno NPSP nie	SNSN nie SNSP áno SNPS nie SNPN áno	PNPN nie PNPS nie PNSP áno PNSN nie
NSNS nie NSNP áno NSPN áno NSPS nie	SPSP áno SPSN nie SPNS nie SPNP nie	PSPS nie PSPN áno PSNP áno PSNS nie

V 15 prípadoch z 24 príde NIE. V percentách sa to dá vyjadriť ako (15/24)*100 = 62,5%.

Bodovanie:
správne riešenie - 5b.;
zlé riešenie kvôli drobnej chybe - strata do 1b.;
vypisovanie všetkých zapojení bez systému a preto zlé riešenie - strata viac bodov.

organizátor korešpondenčného seminára Pikomat

Pikomat bol podporovaný Agentúrou na podporu výskumu a vývoja na základe Zmluvy č. LPP-0375-09.

podporuje odborný rast organizátorov seminára

PIKOMAT

Vzorové riešenia 1. série zimnej časti, kategória 7-9

Ahojte, vítame vás pri čítaní vzorákov prvej série. Musíme konštatovať, že ste túto sériu zvládli celkom dobre, ale aj tí, ktorí dostali 5 bodov, si môžu prečítať vzoráky – možno tam nájdete iný postup, a niečo sa aj naučíte ☺.

Príklad S1: Posádka lode *opravoval Pavol Koprda – Lietadlo*

Na lodi je 2010 ľudí. Z toho je polovica astronómov, tretina inžinierov a pätina fyzikov.
Zistíme si počet ľudí s jednotlivými povolaniami.
2010/2 = 1005 astronómov
2010/3 = 670 inžinierov
2010/5 = 402 fyzikov
Celkový počet zameraní je 1005 + 670 + 402 = 2077. Tu je dôležité si uvedomiť, že každý jeden člen posádky mal aspoň jedno zameranie. Keď každému členovi posádky pridelím práve jedno zameranie, niekoľko pozícii mi "ostane nazvyš". Ich počet vyrátam ako celkový počet zameraní mínus počet ľudí na palube. Teda 2077-2010 = 67. Máme teda "navyše" 67 povolaní, a tie máme rozdeliť tak, aby:
a) Bol počet ľudí s viac než jedným povolaním čo najväčší
b) Bol počet ľudí s viac než jedným povolaním čo najmenší

a) Každý na lodi má zatiaľ práve jedno povolanie. Ja chcem spraviť čo najviac takých, ktorí budú mať aspoň dve povolania a môžem na to použiť tých 67 "voľných" povolaní. Tak teda 67 ľuďom pridám po jednom povolaní. Maximálny počet ľudí s viac než jedným povolaním je 67.

b) Je dôležité si uvedomiť, že každý na lodi môže mať maximálne tri povolania (nikto predsa nemôže byť dvakrát fyzik). Tentokrát sa snažím 67 "voľných" povolaní rozdeliť medzi čo najmenej ľudí. Ideálne bude, keď čo najviac ľudí bude mať tri povolania. Pridám im teda po dve povolania (jedno už majú). Aby som zistil, u koľkých ľudí toto môžem spraviť, vydelím počet "voľných" povolaní dvoma: 67/2=33 zvyšok 1. Tri povolania má 33 ľudí a jedno mi zostalo. To musím dať niekomu, kto má zatiaľ len jedno - teda bude mať dve a počet ľudí s viac než jedným povolaním narastie na 34. Minimálny počet ľudí s viac než jedným povolaním je 34.

Bodovanie:
každý správny výsledok - 1b.;
vyrátanie celkového počtu profesii - 0,5b.;

určenie a vysvetlenie počtu “voľných” profesii - 1b.;
odôvodnenie výsledku a) - 0,5b.;
vysvetlenie, prečo v b) dávame každému plus dve povolania (delíme dvoma) - 0,5b.;
vysvetlenie, prečo je výsledok 34 a nie 33 - 0,5b.;
drobné numerické chyby - mínus 0,5b.

Príklad S2: Teploty *opravovala Saša Porembová*

Vašou úlohou bolo nájsť priemerné denné teploty počas piatich dní, ktorých súčin je 12. Teplota každý deň klesla a bola vždy vyjadrená celým číslom. **To znamená, že hľadáme päť rôznych teplôt a nie jednu priemernú teplotu za týchto päť dní.** Zamyslime sa nad podmienkami, ktoré tieto teploty musia spĺňať. Určite sa medzi nimi nebude nachádzať teplota 0°C, pretože tú nech by sme vynásobili ľubovoľnými inými štyrmi číslami, nikdy by sme nedostali súčin 12. Všetky teploty tiež nemôžu byť kladné, pretože súčin 5 najmenších kladných čísel (1.2.3.4.5=120) je väčší ako 12. Musíme teda použiť aj teploty záporné. Aby sme dostali kladný súčin, záporných teplôt bude párny počet, skúste sa zamyslieť prečo. Veľmi rýchlo zistíme, že 4 záporné teploty nevyhovujú zadaniu, lebo súčin 4 čísel najbližšie k nule: (-1).(-2).(-3).(-4)=24 je väčší ako 12. Určite teda použijeme dve záporné a tri kladné teploty. Teraz sa pozrime na to, aké kombinácie môžu nastať pre kladné teploty. Budú to tri rôzne delitele čísla 12 také, aby ich súčin bol menší alebo rovný 12. Ak by bol súčin kladných teplôt väčší ako 12, potom by sme po vynásobení dvoma kladnými teplotami určite nedostali 12. Možnosti sú štyri: 1.2.3, 1.2.4, 1.2.6 a 1.3.4. Posledné dve nemôžeme použiť, pretože súčin týchto troch čísel je už teraz 12 a teda zostávajúce dve rôzne záporné čísla by museli dať súčin 1, čo však nejde. Možnosť 1.2.4 tiež nevieme nijako využiť, lebo súčin týchto teplôt je 8 a to nevieme pomocou dvoch záporných celých čísel vynásobiť tak, aby sme dostali 12. Ostáva jediná kombinácia kladných teplôt: 1.2.3. Tie dávajú súčin 6 a aby sme splnili podmienky zo zadania, musíme pomocou ostávajúcich dvoch kladných teplôt dostať 2. To hravo zvládneme: 2=(-1).(-2). Teploty ešte usporiadame od najväčšej a dostane jediné riešenie úlohy: priemerné teploty počas piatich dní boli 3°C, 2°C, 1°C, -1°C a -2°C.

Bodovanie: správny výsledok – 1b, postup spolu s odôvodnením, že má úloha len jedno riešenie - 4b

Príklad S3: Ovládací panel *opravoval Martin Svetlík – Panda*

Tento príklad nebol ťažký, keď ste prišli na to, z ktorej strany ho uchopiť. Najprv si treba uvedomiť, že najväčšie číslo na paneli je 5, takže väčší súčet ako 18 môže byť len 5+5+5+5=20 alebo 5+5+5+4=19. Panel si označíme ako šachovnicu: stĺpce písmenami A-E, riadky číslami 1-5 (políčko vľavo hore je A1).

	A	B	C	D	E
1	5				
2					5
3				5	
4			5		
5		5			

Pozrime sa na súčet 20. Umiestnime na vyznačené tlačidlá štyri päťky. Lenže teraz nemôžeme na žiadne políčko diagonály A5-E1 dať číslo 5. A v zadaní sa píše, že tam musí byť. Takže 20 to byť nemôže.
A čo so súčtom 19? Tam treba preskúmať dva rôzne prípady – číslo 4 môže byť na E2 alebo D3 (ak by bolo na C4 alebo B5, bolo by to také isté ako v týchto prípadoch, len symetrické podľa osi A1-E5). Ak by sme dali číslo 4 na D3, tak opäť nemáme kam umiestniť číslo 5 na diagonále A5-E1. Ak dáme 4 na E2, tak v stĺpci E bude musieť byť číslo 5 na E1, čím vybavíme aj jednu diagonálu. Lenže potom nebudeme mať kam dať číslo 5 na diagonálu A1-E5.

	A	B	C	D	E
1				5	
2					5
3	5			4	
4			5		
5		5			

Teda súčet na vyznačených tlačidlách naozaj nemôže byť väčší ako 18. Pre zvedavcov ponúkam otázku, či tento súčet môže byť rovný 18 a aký najmenší vlastne môže byť.

	A	B	C	D	E
1					5
2					4
3				5	
4			5		
5		5			

Bodovanie:
pri súčte 19 vynechané rozostavenie 5-5-4-5 - mínus 1b.;
vynechané, že zvyšné dve rozostavenia sú symetrické s tými, čo sme si opísali, takže pre ne platí to isté a netreba ich vysvetľovať zvlášť - mínus 0,5b.;
zabudnutie, že aj diagonály musia mať všetky čísla 1-5 - maximálne 1b.

Príklad S4: Hra s mincami *opravoval Peter Ambrož – Comp*

Najprv si predstavíme kruh so 14 výsekmi, ktoré si očíslujeme od 1 po 14. Mince A, B, C, D sú na začiatku vo výsekoch 1, 2, 3, 4. Potrebujeme zistiť, v akom rôznom poradí vieme mať mince po presúvaní opäť vo výsekoch 1, 2, 3, 4.
Všimneme si, že mince A, C stále putujú po nepárnych výsekoch. Nech ich pohneme akýmkoľvek smerom, nikdy sa nedostanú z nepárneho výseku. Pre mince B, D platí zasa, že putujú iba po párnych výsekoch. Vieme teda, že dvojica A, C si nebude „zavadzať“ (rozumej, chodiť po rovnakých výsekoch a prípadne obmedzovať pohyb) s dvojicou B, D.
Pre mince A, C to znamená, že môžu navštíviť vo výsledku iba výseky 1 alebo 3. Rovnako keď skončíme, mince B, D môžu byť iba vo výsekoch 2 a 4. Táto vedomosť nám obmedzuje možnosti výsledného usporiadania mincí na 4: ABCD, ADCB, CBAD, CDAB.
Toto však nestačí, musíme overiť aj to, či sa mince do týchto usporiadaní skutočne vedia dostať. Ak na začiatku pohneme iba mince A, C dookola (obe jedným smerom), vymenia si svoje miesta a tým dostaneme riešenie CBAD. (Minca A putuje takto: 1, 5, 9, 13, 3; minca C putuje: 3, 7, 11, 1.) Ak zo začiatočnej pozície pohneme iba mince B, D dookola, dostaneme sa ku riešeniu ADCB. Ak na začiatku budeme posúvať všetky mince jedným smerom, po 1. kole zaujmú vo výsekoch 1, 2, 3, 4 pozície CDAB. No a možnosť ABCD je tam aj bez toho, aby sme niečím hýbali. Ak však silou-mocou potrebujeme urobiť nejaký ťah, môžeme vziať ktorúkoľvek mincu, poslať ju o 4 výseky dopredu a hneď po tom nazad, čím sa vrátime do rozostavenia ABCD.
Zistili sme, že mince sa pohybujú iba takým spôsobom, ktorý ich obmedzuje na 4 možné riešenia. Tieto sme následne overili, že sú dosiahnuteľné prípustnými ťahmi.

Bodovanie:
4 riešenia, overená dosiahnuiteľnosť - 5b.;
slabšie postupy alebo menej možností - strata do 2b.;
náznaky pokusu o vyriešenie so zlým riešením - 0,5-1b.