

Zadania 2. série letnej časti, kategória 7-9

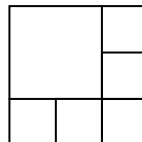
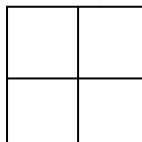
Slečna Soyersová vyšla z domu pána Conana, rozhládla sa a hneď aj našla, čo potrebovala. Malý zelovoc naproti, kde sedela staršia pani. „Dobrý deň,“ prihovorila sa slečna Soyersová, „neviete, prosím, či má pán Conan sluhu?“ „Nuž, mával, ale v poslednej dobe som ho nevidela. Prečo sa ale pýtate? Veď ste práve vyšli z domu pána Conana,“ odvetila bystro stará dáma. „Pán Conan iba spomenul, že jeho sluha včera záhadne zmizol, tak mi napadlo, že vy by ste mi možno vedeli povedať viac. Máte predsa ulicu celý deň na očiach a niekomu ako vy istotne nič neunikne,“ povedala Elisabeth s vľúdnyim úsmevom. A naozaj, drobná lichôtka zafungovala. „Nevravte. Nuž ja som ho videla, naposledy asi pred tromi dňami. Odchádzal z domu pána Conana a vliekol veľký kufor. Vracal sa som ho už nevidela. Ale to viete, ja chodím spať so sliepkami, asi sa vrátil neskoro v noci.“ To slečne Soyersovej stačilo. Poďakovala, rozlúčila sa a vykročila smerom domov.

Povedala si, že nepôjde drožkou, ale trochu sa prejde a urovná si myšlienky. Čoskoro došla k Hyde Parku, kde práve partia robotníkov upravovala záhony. Na čomsi sa nevedeli dohodnúť. Elisabeth sa zastavila, chvíľu načúvala ich hádky a potom im navrhla riešenie.



Úloha S1: Záhony

Na koľko **štvorcových** záhonov sa dá rozdeliť **štvorcová** záhrada? Inak povedané: pre ktoré prirodzené čísla N sa dá štvorcová záhrada rozdeliť na N (nie nutne rovnako veľkých) štvorcových záhonov? Pritom žiadna časť záhrady nesmie ostať nevyužitá. Na obrázku vidíte príklady pre $N=4$ a $N=6$.



Elisabeth pokojne pokračovala v prechádzke, no keď prechádzala okolo malého jazierka, dostala nápad. Na chvíľu zastavila, a potom sa vydala iným smerom. Po pol hodine už stála pred vysokou vznešenou budovou, na ktorej priečelí sa vynímal veľký nápis: „Kráľovská lodná dopravná spoločnosť“. Stisla kľučku a zmizla v budove. Ani nie o ďalšiu pol hodinu stála opäť pred budovou a v ruke držala malý lístok so svojimi poznámkami.

Potom sa vydala na Scotland Yard, kde pracoval jej známy, tiež detektív – Alan Raven. Našla ho v jeho kancelárii, ako práve kolegov zabával akousi hádankou.

Úloha S2: Detektívny problém

Dvaja kolegovia chceli od Alana vyzvedieť, koľko libier neznámy lupič ukradol z kasína. „Poviem vám to takto,“ začal Alan, „je to trojciferná suma. Tebe, Marty, prezradím ciferný súčet tejto sumy.“ Následne iba Martymu pošepol, že ciferný súčet sumy je 8. „Tebe, James,“ pokračoval nahlas, „prezradím ciferný súčin sumy.“ Následne iba Jamesovi pošepol ciferný súčin sumy. James sa na chvíľu zamyslel, a potom povedal: „Je iba 6 možností, aká to mohla byť suma.“ Keď to Marty počul, vyhlásil: „Už viem, aké sú cifry tej sumy, ale ešte stále ju nedokážem presne určiť.“ Nakoniec Alan obom povedal: „Druhá mocnina poslednej cifry nie je deliteľom celej sumy.“ Po tom už obaja kolegovia vedeli sumu určiť. **Koľko libier neznámy lupič ukradol a ako na to Alanovi kolegovia prišli?**

Keď nadšení kolegovia odišli z kancelárie, slečna Alanovi vysvetlila, prečo prišla. Zaujímalo ju, či už v novinách zverejnili podrobnosti prípadu z Baker Street. Alan jej povedal, že nie, nakoľko ešte prebieha vyšetrovanie a mohli by tak prípadným páchatelom dať najavo, že im sú na stope. To slečnu Elisabeth upokojilo, rozlúčila sa a odišla.

Ani potom však ešte nešla domov. Zastavila sa v obchode s trezormi a položila niekoľko otázok predavačovi, ktorý jej ochotne všetky zodpovedal. Elisabeth už chcela odísť, keď tu ju zastavil druhý predavač. „Milostivá slečna, dnes máme špeciálnu akciu,“ začal bodro, „ak správne odpoviete na špeciálnu súťažnú otázku, môžete vyhrať špeciálny trezor na nočný stolík – úžasný doplnok do každého bytu či domu!“ Súťažná otázka bola pre bystrý detektívny mozog slečny Soversovej hračkou.

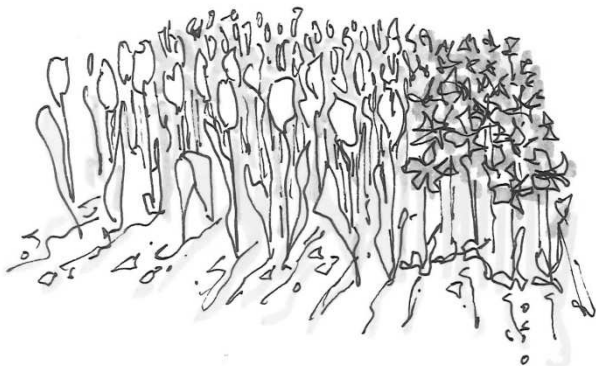
Úloha S3: Vyhráj trezor

Prvočíslo je číslo, ktoré je deliteľné práve dvoma prirodzenými číslami – samé sebou a číslom 1. **Nachádzajú sa nejaké prvočísla medzi číslami typu 9, 98, 987, ..., 9876543210, 98765432109, 987654321098, ... ?**

Slečna Elisabeth dorazila domov neskoro popoludní a značne unavená. Keď sa najedla a vypila si čaj, vytiahla svoje violončelo a začala hrať. Nehrala však dlho, pretože jej pes Basker sa potreboval prebehnúť, a tak violončelo odložila späť do obalu a vyšla so psom na prechádzku. No už vo dverách sa skoro zrazila s Alanom, ktorý okamžite spustil: „To mi hádam ani neuveríš, ale našli sme toho sluhu pána Conana. Je na lodi smerujúcej do Mexika. Bohužiaľ, s Mexikom nemáme nijakú dohodu o vydávaní zločincov, takže ho už asi nechytíme.“ „Ja viem, dnes som sa na to bola opýtať v Kráľovskej lodnej dopravnej

spoločnosti,“ odvetila pokojne slečna Elisabeth. „Nechcete sa so mnou a s Baskerom prejsť?“ „Bude mi potešením,“ súhlasil Alan a galantne prevzal od Elisabeth vodítko.

Čoskoro došli do parku, kde pustili Baskera. Ten sa okamžite pridral k ďalším dvom psom, ktorí plávali v neďalekom jazierku.

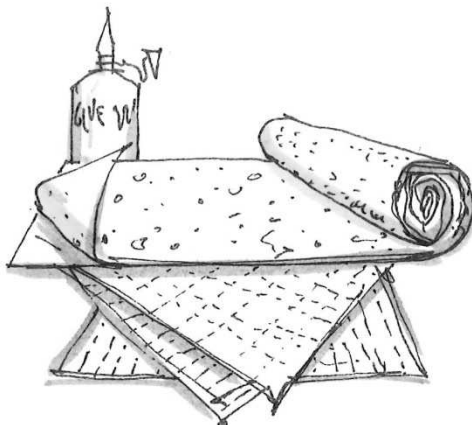


Úloha S4: Psi v jazere

Psi Basker, Filuta a Randolph si šli zaplávať do kruhového jazera. Do vody vbehli na rovnakom mieste a každý plával stále iba rovno svojím smerom. Basker plával cez stred jazera, Filuta plával na juh a Randolph na východ. Keď vyliezli z vody, Randolph ostal na mieste a Filuta s Baskerom k nemu po brehu pribehli. Elisabeth s Alanom si všimli, že keby bol na mieste ostal Filuta a pribehli k nemu Basker s Randolphom, tak by dokopy prebehli o $\frac{1}{5}$ kratšiu trasu, ako teraz prebehli Filuta s Baskerom. **Ktorý zo psov preplával vo vode najdlhšiu a ktorý najkratšiu vzdialenosť? A na ktorom mieste na brehu sa mali stretnúť, aby spolu po brehu prebehli čo najkratšiu trasu?**

Medzitým sa obaja detektívi – jeden z profesie, druhá zo zábavy – rozprávali o prípade pána Conana. „Vy si myslíte,“ vyzvedala slečna Elisabeth, „že sluha ukradol ten vynález?“ „O tom predsa nieto pochýb,“ odvetil Alan, „to je zrejme už od začiatku, jasný prípad. Teraz zloduch uteká do Mexika, kde na tom poriadne zarobí a my vôbec nič nezmôžeme.“ „Možno by sme predsa len niečo spraviť mohli, pán Raven,“ trochu tajnostkársky poznamenala Elisabeth, „ale poďme už, začína byť chladno. Navečierate sa so mnou?“ Privolali Baskera a pobrali sa späť do bytu slečny Elisabeth.

Na druhý deň sa slečna Soyersová zobudila skoro a jej prvá myšlienka patrila pánu Conanovi. Chudák, ešte nič nevie a dnes sa dozvie, ako sa veci skutočne majú. A pán Raven, tiež nič netuší, ale ten sa pravdu možno ani nikdy nedozvie. Ako tak ešte ležala v posteli, zrak jej padol na nepekne opadáajúcu omietku v rohu miestnosti. Elisabeth sa už dlhšie chystala nanovo si vytapetovať spálňu, no prednedávnom kdesi čítala, že je módne vytapetovať si aj strop, dokonca špeciálne na to určenými tapetami.



Úloha S5: Tapety

Elisabeth premýšľala, ako si vytapetovať štvorcový strop spálne, ktorý mal rozmery 14×14 stôp. Tapety na strop sa však predávajú len po obdĺžnikoch dlhých 5 a širokých 3 stopy. **Koľko najmenej takýchto obdĺžnikov bude Elisabeth potrebovať na pokrytie celého stropu spálne?** Obdĺžniky nebude strihať ani skladať, ale môžu sa prekrývať. **A čo ak by strop meral iba 13×13 stôp?**

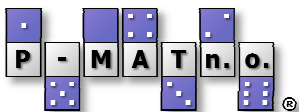
Po výdatných anglických raňajkách sa Elisabeth vydala na cestu k pánovi Conanovi. Pretože pršalo, vzala si svoj čierny dáždnik a dala si zavolať drožku. Netrvalo dlho a z miernych driemot ju vytrhlo myknutie, s ktorým sa drožka zastavila na Baker Street oproti obchodíku pána Conana. Elisabeth zaplatila drožkárovi a vykročila cez ulicu. Všimla si, že sa vnútri svieti a že pán Conan už ju vyhliada cez výkladové okno. Vošla, zložila dáždnik a pozdravila ho. Úsečne odzdravil a hneď sa začal vypytovať: „Máte ho? Chytili ste páchatela?“ „Áno,“ odvetila slečna Elisabeth trochu zamyslene, „posadíme sa, nie? Bude to asi na dlhší rozhovor.“

Svoje **riešenia uploadni na www.pikommat.sk, alebo pošli poštou** (adresa je na prvej strane) najneskôr **26. marca 2012** (rozhoduje dátum na pečiatke pošty, resp. čas servera).

Tešíme sa na Tvoje riešenia! Ak Ti niečo nie je jasné, neváhaj a spýtaj sa nás e-mailom na adresu **pikommat@p-mat.sk**. **RIEŠENIA NÁM E-MAILOM NEPOSIELAJ!**

Zopár rád na záver

- *Nezabudni napísať svoj postup aj so zdôvodnením jednotlivých krokov.*
- *Ak skúšaš viac možností, nezabudni skúsiť všetky – príklad môže mať viac riešení.*
- *Keď nevieš, ako ďalej, neprepadaj panike. Najlepšie sa rozmýšľa v klude. Pošli nám aspoň to, čo už máš, aj za to môžeš dostať body.*
- *Ak odovzdávaš riešenia cez Internet, nenechávaj si to na poslednú chvíľu, radšej ich odovzdaj o deň skôr, a keby to náhodou nešlo, ešte vždy môžeš na druhý deň zbehnúť na poštu.*



organizátor korešpondenčného
seminára Pikommat



AGENTÚRA
NA PODPORU
VÝSKUMU A VÝVOJA

Pikommat je podporovaný Agentúrou na podporu výskumu a vývoja na základe Zmluvy č. LPP-0375-09.