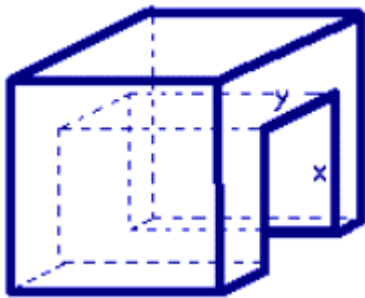


# PIKOMAT

## Zadania 1. série zimnej časti kategórie 7-9

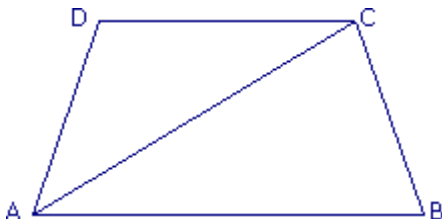
No, prázdniny sa skončili, zostala po nich už len vôňa leta a veľa zážitkov. Ja som bol skoro celé prázdniny u dedka a babky. Môj dedko je stolár, býva na dedine. Je to tam skvelé a vždy sa k nim veľmi teším. Popíšem vám, ako vyzeral jeden z najzaujímavejších dní mojich prázdnin. Okrem tradičných vecí (stoly, stoličky, skrine, ...) občas dedko dostane aj netradičnú objednávku. Napríklad mal vyrobiť 6 stoličiek v tvare kocky  $60\text{cm} \times 60\text{cm} \times 60\text{cm}$ , s uprostred vyrezaným kvádom s celočíselnými rozmermi: výška- $x$  cm, šírka- $y$  cm a dĺžka 60 cm. To sú dosť zaujímavé a asi hlavne nepohodlné stoličky, ale najzaujímavejšie bolo, že sa stratil objednávkový list. Našťastie mal dedko už pripravený materiál, ktorým sa na záver stoličky oblepia, takže sa dalo ľahko zistiť, že stolička má mať o  $1/6$  väčší povrch ako pôvodná kocka (keď sme to zistili, tak som si pomyslel, že asi 6 je ich šťastné číslo, keď vystupuje vo všetkých zadaných údajoch). Povedal som si, že nebudem čakať, kým sa nájde, čo sa stratilo a pomôžem dedkovi zistiť rozmery kvádra. Dedko si ešte spomenul na to, že medzi objemom kocky a objemom vyrezaného kvádra bol nejaký zaujímavý pomer, ale nevedel aký.



### Príklad S1:

Mohlo sa mi podariť zistiť rozmery kvádra na základe údajov, ktoré som mal? Pomôže mi pri tom myšlienka o šťastnom čísle?

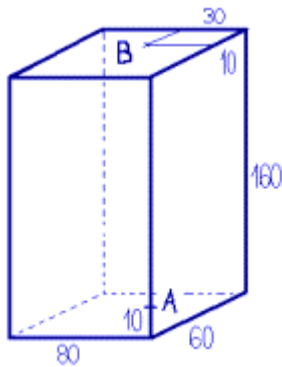
Nakoniec sa objednávka našla. Dedko mal čo robiť, aby dobehol zameškané a tak som sa musel zabaviť sám. Našiel som kopy vyhodenej nepotrebného materiálu a dostal súhlas, že si s ním môžem spraviť čo len chcem. Tak som neváhal. Našiel som tam tenkú latku tvaru rovnoramenného lichobežníka, (ak si ho označíme ako ABCD, tak  $AB \parallel CD$ ,  $|AD| = |BC|$ ,  $|AB| < |CD|$ ). Na ňu som začal lepiť rôzne povrchy. Našiel som kúsok čerešňového dreva, kúsok dubového a ešte rôzne iné. Chcel som, aby tam bolo z každého druhu rovnako. Na to som ale potreboval vedieť plochy. Zistil som, že celý lichobežník má  $78\text{ cm}^2$ , že AC je osou uhla  $\alpha$ , kde  $\alpha = 60^\circ$  je uhol pri vrchole A. Hlavne som potreboval vypočítať obsah trojuholníka ACD, pretože ten mal zodpovedať ploche troch druhov povrchov.



### Príklad S2:

Koľko druhov povrchov som použil na pokrytie lichobežníka a aký obsah má trojuholník ACD?

Keď som bol s lichobežníkom hotový, ešte som ho nalakoval. Bude z neho nádherný darček. Medzi toľkými vyhodenejmi vecami som našiel aj pár obdĺžnikov, niektoré z nich boli aj rovnaké. Ukladal som si ich vedľa seba, keď mi zrazu napadlo, že by to mohol byť aj plášť kvádra. To ma potešilo a rýchlo som ich zlepil. Môj kváder mal rozmery  $80\text{mm} \times 60\text{mm} \times 160\text{mm}$ . Potom som si chcel doňho navrátať dierky a urobiť z neho veľké umelecké dielo, ale už pri druhej dierke to drevo nevydržalo a prasklo. Dedko povedal, že príroda si hľadá vždy tie najkratšie a najjednoduchšie cesty a že vraj aj prasklina šla najkratšou cestou (po povrchu kvádra) medzi mojimi dvoma vrtmi.



### Príklad S3:

Viete kadiaľ viedla prasklina, ak moje vrty A a B boli umiestnené tak, ako je znázornené na obrázku? (obrázok znázorňuje len PRIBLIŽNÝ výzor kvádra, riadte sa číselnými údajmi v obrázku) Svoje tvrdenie nezabudnite zdôvodniť.

Keď som už mal hrania sa s dedkovými zvyškami dosť, zašiel som za babkou. Zajtra majú byť veľké oslavy, takže sa práve chystala piecť koláč. Navažovala múku, cukor a iné prísady. Hneď sa mi začali slinky zbiehať. Používala na to rovnoramenné váhy. To bolo pre mňa dosť nezvyčajné, my také doma nemáme. Keď babka dovážila, spýtal som sa, či si ich môžem požičať. Babka súhlasila a požičala mi aj sadu závaží a aby som mal čo vážiť, tak aj cukor. Tak som vážil, vážil (prvé, čo som si zvažil bolo, koľko váži jedna naberačka cukru), až sa mi raz stalo, že na pravú stranu som dal jednu naberačku cukru a k tomu som pridal ešte toľkokrát viac cukru, ako vážila jedna naberačka a ešte o gram viac a na ľavú stranu som dal tri naberačky cukru. Váhy prekvapivo ukázali, že napravo je to ťažšie. Zrazu prišiel Kubo (kamarát od susedov), tak som sa mu pochválil, že akú mám zaujímavú naberačku. Na to sa Kubo zamyslel a povedal, že to nie je nič zaujímavé, že nech by jedna naberačka cukru vážila koľkokoľvek, vždy by váhy ukázali, že je napravo viac. To sa mi zdalo neuveriteľné. Kubo sa ma snažil presvedčiť slovami: Pozri sa, keby napríklad jedna naberačka cukru vážila 15 g, tak napravo máš  $15+15.15+1=241$  a naľavo  $3.15=45$ , no vidíš, platí!

### Príklad S4:

Mal Kubo pravdu? Ak pravdu nemal, uveďte všetky hmotnosti jednej naberačky cukru, pre ktoré to neplatí a ak pravdu mal, ukážte, že to naozaj platí pre ľubovoľnú hmotnosť. Môžete predpokladať, že váhy sú presné iba na 0,1 g, takže hmotnosť cukru môže byť udaná s presnosťou len na jedno desatinné miesto.

Kubo sa ma vlastne prišiel spýtať, či už mám hotový darček. Aby ste vedeli o čo ide, tak vám to vysvetlím. Ja s Kubom, Božkou a Ankou máme v jeden týždeň meniny a kupujeme si navzájom darčeky. Na lístočky si napíšeme svoje mená, zamiešame ich a potom si každý vyberie lístoček, že komu kupuje darček (ak niekto kupuje sám sebe, tak sa ťahajú lístočky ešte raz). Samozrejme, že nikto nesmie prezradiť, koho si vytiahol. Ale pretože Anka si veľmi chcela vytiahnuť Kuba a nedokázala skryť svoju veľkú radosť po uzretí mena na lístočku, tak sme vedeli, koho má. To už to vyzeralo, že je všetko prezradené a určite si z nás každý ľahko domyslí, koho si vytiahli aj zvyšní dvaja (každý vie Anku a seba).

### Príklad S5:

Mohol si byť niekto z nás istý tým, kto komu kupuje darčeky? Svoju odpoveď nezabudnite zdôvodniť.

No nakoniec sme tie lístočky nechali tak. Ja som daroval ten svoj nádherný lichobežník (lebo kváder sa rozpadol) a dostal som krabičku s elektronickým zámkom s päťmiestnym písmenovým kódom a k nemu kartičku, kde bolo napísané toto: Ak si namiesto písmen kódu napíšeš ich poradie v anglickej abecede ( $A=1$ ,  $Z=26$ ), tak dostaneš 9-ciferné číslo deliteľné tromi. Poradie stredného písmena je najvyššie, poradie prvého písmena je menšie ako poradie posledného. Všetky poradie sú prvočísla. A ešte posledná vec, že súčet poradí prvých dvoch písmen je rovnaký ako súčet poradí posledných dvoch písmen, ale nie je väčší ako 26. Samozrejme, že darček bol v uzamknutej krabičke. Veru, mal som čo robiť, kým som sa dostal k tej maškarte vo vnútri. Vám by sa to tiež podarilo?

### Príklad S6:

Aký bol vstupný písmenový kód?

Babkin koláč bol chutný, každému sa páčil jeho darček, dedko vyhotovil objednávku tak, ako mal a vôbec, celé prázdniny boli úžasné. Tak zasa nabudúce!

-pokračovanie nabudúce-

Riešenia príkladov 1. série nám pošli najneskôr 8.10.2001 (rozhodujúca je pečiatka pošty) na adresu:

PIKOMAT 7-9

P-MAT, n. o.

P. O. Box 2

814 99 Bratislava 1

Tak ako po minulé roky aj teraz Ťa prosíme, aby si svoje riešenia poslal načas, pretože inak máme problémy s ich opravením. A okrem toho uškodíš aj sebe, pretože za každý deň omeškania Ti odpočítame 1 bod. Tvoji opravovatelia :-).