

PIKOMAT

17. ročník šk. rok 1999/2000

Zadania 1. série letnej časti

Tento príbeh by sa mohol začať tradičným „Kde bolo, tam bolo“. Mohol by sa začať taktiež ošumelým „Za siedmimi horami a siedmimi dolinami“... Ale nebolo by to ono, pretože tento príbeh je iný ako všetky rozprávky. Je to príbeh, ktorý rozpráva o živote obyvateľov známeho Cirkusu.

Každý, kto si myslí, že zvieratká nevedia rozmýšľať, by mal v tomto cirkuse nejaký čas žiť spolu s nimi a videl by, že dokonca vedia aj rozprávať. Len im treba chcieť porozumieť. Napríklad taký Vlk. Vlk nielenže rozpráva, ale vie aj klamať. Našťastie tým nikoho neoklame, pretože o Vlkovi sa všeobecne vie, že klame v pondelok, utorok a stredu a v ostatné dni hovorí pravdu. Medveď mu chce robiť konkurenciu (medvede a vlky v cirkuse stále spolu pretekajú, to ste nevedeli?) a preto klame vo štvrtok, piatok a v sobotu. V ostatné dni hovorí pravdu.

Príklad M1: (♥5, 6, 7, p, s, t)

Vlk dnes povedal: “Včera som klamal.”

Medveď dnes tiež povedal: “Včera som klamal.”

Aký je dnes deň?

Ich rozhovor počúval Slon. Slon bol veľký mysliteľ, mal múdre, hĺbavé čelo a malé múdre očka. Slon hneď vedel, aký je deň a pošepkal to Sloníkovi. Sloník bol zatiaľ iba malý, takže mu to aj menej myslelo. Ale zato dával Slonovi múdre otázky. Napríklad takúto:

Príklad M2: (♥5, 6, 7, 8, 9, p, s, t, k)

Aký uhol zvierajú hodinová a minútová ručička na hodinkách presne o 7:38 hod? Môžu takýto uhol zviať aj v nejakom inom čase? Ak áno, v akom? (Ručičky sa pohybujú plynulo.)

Slon vedel, ale nechal Sloníka, nech sa nad svojou otázkou potrápi sám. Šiel za svojou Slonicou, ktorá práve učila Opicu rátať matematiku. Sedeli vedno na lavici a písali kriedou na malú tabuľku. Riešili spolu takýto dôkaz:

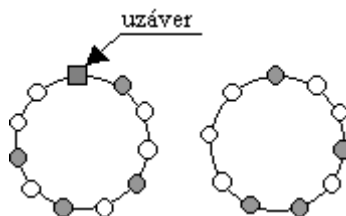
Príklad M3: (♥5, 6, 7, 8, 9, p, s, t, k)

Dokážte nerovnosť $1/201 + 1/202 + 1/203 + \dots + 1/300 > 1/3$.

Slon si všimol aj Opičiatko. Navliekalo korálky a robilo si z nich náramok. Malo štyri modré a šesť bielych korálok.

Príklad M4: (♥5, 6, 7, 8, p, s, t)

Opičiatko si chce urobiť náramok s uzáverom (aby sa dal otvárať a zatvárať). Z koľkých rôznych náramkov si môže vybrať, ak použije všetky korálky? Koľko rôznych náramkov možno spraviť, ak nepoužije uzáver (zo všetkých korálok)? (Dva náramky sú rôzne, ak sú rôzne aj po ľubovoľnom otočení alebo prevrátení. Vzdialenosti medzi korálkami sú rovnaké.)



Opičiatko si vybralo jeden z náramkov a bežalo ho ukázať Riaditeľovi Cirkusu. Riaditeľ chytil Opičiatko na ruky (dobré on vedel, že z Opičiatka raz vyrastie Opica – parádnica) a ukázal mu manéž. Manéž mala tvar štvorca 6*6 a bolo v nej umiestnených osem podstavcov pre levy. Teda pre levy boli len štyri modré podstavce a ďalšie štyri červené boli pre levice.

Príklad M5: (♥5, 6, p, s)

Nájdite aspoň štyri rôzne rozdelenia manéže na štyri tvarom aj obsahom rovnaké časti tak, aby v každej z nich bol práve jeden modrý a jeden červený podstavec.

Opica so Slonicou medzitým dokázali nerovnosť a teraz pre zmenu ráťali nesymetrické trojciferné čísla (Číslo je

symetrické, keď je rovnaké pri čítaní zľava aj zprava, číslo je nesymetrické, keď nie je symetrické. Čísla nezačínajú nulou.)

					č
č					
	č	MM			
		MM			
				č	

Príklad M6: (♥5, 6, 7, p, s, t)

Koľko je nesymetrických trojciferných čísel?

Úbohá opica už mala matematiky vyše hlavy, ale v tej chvíli za ňou prišiel Cvičiteľ a začal ju pripravovať na večerné predstavenie. (Ako ste iste pochopili, táto opica udivovala ľudí tým, že na predstavení rákala matematiku.) A hneď jej dal šesť kartičiek s číslami 0, 2, 5, 7, 8, 9 a prikázal:

Príklad M7: (♥5,p)

Utvor z kartičiek najmenšie možné šesťciferné číslo, ktoré po delení piatimi dáva zvyšok 2! (Kartička s 0 nemôže byť na začiatku čísla!)

Opica utvorila, ale keď jej Cvičiteľ vzal kartičky a dal jej ďalšiu úlohu:

Príklad M8: (♥5, 6, 7, 8, 9, p, s, t, k)

Nájdí najmenšie a najväčšie štvorciferné číslo, ktoré je deliteľné jedenástimi a rozdiel tohto čísla a jeho ciferného súčtu je deliteľný sedemnástimi!

tak milá Opica vzala nohy na plecia a ušla do svojej maringotky, kde sa zamkla a nechcela vyjsť (Už sa vám niekedy papagáj zamkol do klietky? Nie? Tak hádajte, ako sa asi cítil Riaditeľ...).

V manéži sedeli Malý Lev a Veľký Lev. Hrali sa hru s kamienkami. Kamienkov boli dve kopy, na jednej ich bolo 101 a na druhej 87. Levy striedavo ťahali z ľubovoľnej kopy po 1, 2, 3 alebo 4 kamienkoch. Vyhral ten Lev, ktorý vzal úplne posledný kameň.

Príklad M9: (♥5, 6, 7, 8, 9, p, s, t, k)

Môže Malý Lev vyhrať nad Veľkým Levom, ak Malý Lev začína? (Veľký Lev hrá v danej situácii najlepšie, ako sa dá.) Ako má Malý Lev hrať, aby vyhral? A čo ak bude začínať Veľký Lev?

V cirkuse boli aj kengury. Boli to teda riadne potvory! Vo svojich vakoch si schovávali mince, ktoré našli na zemi v cirkusovom šapitó a neprestajne sa hádali, kto ich má najviac. Jeden večer si ľahli spať. Cez noc sa Kengura zobudila a zobrala Kengurke a Kenguričke, každému, po desiatich minciach a ľahol si spať, akože nič. Lenže o chvíľu na to sa zobudila Kengurka a zobrala tým dvom po štyroch minciach a opäť spokojne zaspala. A nadržanom sa zobudila aj Kengurička, Kengure a Kengurke zobrala každej osem mincí a chytro si ešte išla pospať. Keď sa ráno kengury zobudili, mali zrazu po zvadách, pretože všetky mali rovnaký počet mincí.

Príklad M10: (♥5, 6, p, s)

Koľko mincí mala každá z kengur večer?

Cirkusový Zriadenec (Volal sa tuším Maxiperciviliam Najnenapomádovateľnejší, ale ostaňme radšej pri Zriadenecovi) pripravil do manéže stôl. Malo sa na ňom robiť myšie predstavenie. Zriadenec chcel vedieť, koľko myší sa na stôl zmestí, chcel ho premerať, ale stratil meter. Mal iba ceruzku a pero, pomocou ktorých zistil, že stôl má dĺžku osem "ceruziek" alebo dvanásť "pier".

Príklad M11: (♥5, p)

Koľko centimetrov merajú pero a ceruzka, ak stôl určite meria viac ako 120 cm a menej ako 150 cm a dĺžka ceruzky aj pera sa dá vyjadriť v celých centimetroch?

Na myšie predstavenie Zriadenec potreboval vyrobiť z drôtov rovnostranné trojuholníčky, pričom vedel, že dĺžka úsečky AB je rovná súčtu dĺžky strany trojuholníčka a jeho výšky.

Príklad M12: (♥5, 6, 7, 8, 9, p, s, t, k)

Napiš postup konštrukcie takéhoto rovnostranného trojuholníka a narysuj ho, ak poznáš dĺžku úsečky AB = 10 cm, kde AB je súčet jednej jeho strany a jeho výšky.

Zriadenec nakoniec prišiel na to, ako trojuholníčky vyrobiť, a tak sa myšie predstavenie mohlo odohrať.

-pokračovanie nabudúce-

Úloha M13: (prémiová)

Nakresli Cirkus. (Aké jednoduché zadanie.)

Táto úloha sa nezapočítava do výsledkových listín, ale najlepšie „riešenie“ odmeníme.

Riešenia príkladov 1. série nám pošli najneskôr **14. februára 2000** (rozhodujúca je pečiatka pošty) na adresu

PIKOMAT

P-MAT, n. o.

P. O. Box 2

814 99 Bratislava 1

Oneskorené riešenia nám pri opravovaní spôsobujú nemalé problémy, preto Ťa prosíme o dodržanie termínu. V prípade omeškania Ťi za každý deň po termíne (podľa pečiatky pošty) vo výsledkovej listine odpočítame 1 bod.

Tešíme sa na Tvoje riešenia.