

PIKOMAT

17. ročník šk. rok 1999/2000

Zadania 1. série zimnej časti

Kde bolo, tam bolo, nebolo to však ďaleko a ani dávno to nebolo, nevieme však, kde presne to bolo, ale určite to bolo. Čo to bolo? Bol to detektív Oriešok. Už ste o ňom počuli? Nevadí, počúvajte aj tak, dopočujete sa, čo ste ešte nepočuli.

Známou skutočnosťou pre vás je, že detektív Oriešok veľmi rád riešil záhady. Čo však neviete, je to, že všetky detektívne záhady už poznal, a preto sa rozhodol, že začne riešiť záhady matematické. Vrhol sa teda do knižníc a jeden za druhým lúskal ťažké matematické oriešky. Jedného dňa sa však stalo niečo neočakávané. Vo všetkých knižniciach sa z kníh začali strácať matematické príklady. Skrátka mizli. Takto vznikla ďalšia záhada, ktorú musel detektív Oriešok vyriešiť. A tak sa vydal po zlodějových stopách.

Hneď za dverami knižnice našiel prvú stopu. Bola to stránka z knihy s takýmito príkladmi:

Príklad 1: (♥5, p)

Nájdite všetky dvojice celých čísel x, y , pre ktoré platí: menšie číslo z $(x+y)$ a $(x-y)$ je -20 a väčšie číslo z $(x+y)$ a $(x-y)$ je 40 .

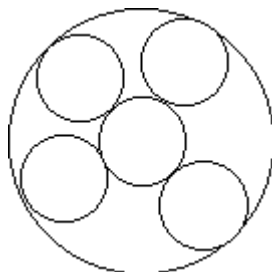
Príklad 2: (♥6, 7, s, t)

Nájdite všetky dvojice celých čísel x, y , pre ktoré platí: menšie číslo z $(2x-y)$ a $(x+y)$ je 26 a väčšie číslo z $(2x+y)$ a $(x-y)$ je 46 .

Oriešok neodolal a príklady rýchlo vyriešil. Potom sa opäť vydal hľadať zlodēja. Všetkých okoloidúcich sa pýtal, či nevedia, kto príklady môže krahnúť. Nevedel to nikto, ale jedna babka ho poslala za známym vedcom Kuskusom Matematikusom, ktorý svoj čas trávieva v parku. Oriešok ho našiel, ako sa zamýšľa nad detským pieskoviskom. Pieskovisko bolo ohradené kruhovým múrikom, vo vnútri ktorého bolo päť rovnakých menších kruhov s pieskom.

Príklad 3: (♥5, 6, 7, 8, 9, p, s, t, k)

Vypočítajte obsah malých kruhov, ak polomer veľkého kruhu je 6 metrov.



Kuskus tiež nevedel, kto by mohol krahnúť príklady z knižiek. Spomenul však akéhosi šachového majstra, ktorý hral šach už takmer s každým (mimo chodom nad všetkými vyhral) a tak poznal veľa ľudí. Majster sa nechcel s detektívom rozprávať, kým si s ním nezahrá partiu šachu.

Ale beda! Oriešok šach hrať nevedel. No keď prezradil majstrovi niečo, čo ani sám o šachovnici nevedel, majster sa stal zhovorčivejším.

Príklad 4: (♥5, 6, p, s)

Áký je pomer obsahov kruhov určených kružnicami vpísanými jednému malému a deviatim malým štvorcom šachovnice (pozri obrázok), keď obsah piatich tmavých štvorčekov je 20 cm^2 ?



Príklad 5: (♥7, 8, 9, t, k)

Je pomer obsahov kruhov určených opísanými kružnicami taký istý ako pomer obsahov kruhov určených vpísanými kružnicami?

Majster bol z nového objavu taký popletený, že Orišek z jeho reči vyrozumel iba toľko, že kdesi žije akýsi príkladožrút nenásytý, ktorý...(ale to už iste viete, čo robí). S takouto nejasnou stopou detektív opustil mestečko. Predpokladal, že príkladožrút bude žiť v krajine Matika, preto sadol na prvý vlak, ktorý tým smerom šiel. Cestou študoval cestovný poriadok a podoplňal do neho niekoľko čísel.

Príklad 6: (♥5, 6, 7, 8, p, s, t)

Dva vlaky vyšli naraz oproti sebe rovnakou rýchlosťou 60 km/h zo staníc vzdialených 1000 km. Za aký čas sa stretnú, ak prvý vlak stojí každé tri hodiny po dobu 15 min a druhý každé dve hodiny po dobu 10 min?

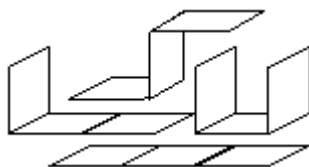
Príklad 7: (♥9, k)

Kedy sa vlaky stretnú, ak prvý má rýchlosť 60 km/h a druhý 90 km/h? (s prestávkami ako v predošlom príklade)

Orišek vystúpil z vlaku až v Matike a opäť sa začal vypytovať na príkladožrúta. V meste na námestí stretol skupinu stavbárov pri rekonštrukcii dlažby námestia. Robotníci iba postávali a krútili hlavami, lebo si nevedeli poradiť s jedným problémom. Mali zložiť dlažbu z dlaždičiek tvaru rovnostranného trojuholníka ale tak, aby dlaždičiek použili čo najviac.

Príklad 8: (♥5, 6, 7, p, s, t)

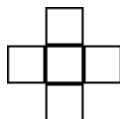
Aký má byť počet dlaždičiek, ak to má byť čo najväčšie trojciferné číslo a celá dlažba má vytvoriť rovnostranný trojuholník?



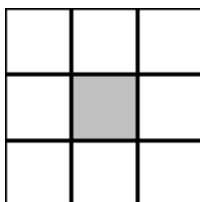
Orišek to spočítal (však ako inak?) a prešiel k majstrom mozaikárom, ktorí skladali mozaiku na mestskej radnici. Z rôznych mriežok ohýbali pravouholníkové útvary (pravouholníkový útvar má všetky steny tvaru pravouholníkov, ktoré sú na seba kolmé, napr.):

Príklad 9: (♥5, p)

Koľko rôznych pravouholníkových útvarov sa dá poohýbať z mriežky takéhoto tvaru?

**Príklad 10: (♥6, s)**

Koľko rôznych pravouholníkových útvarov má takúto mriežku (prostredný štvorček do nej nepatrí, má tvar "prstienka"):



Orišek si to zrátal iba pre seba, veď nech sa trápia aj mozaikári, však aj tak mu nič o príkladožrútovi nepovedali.

Pred mestskou školou učiteľka hrešila žiakov za ich lenivosť. Žiaci sa totiž prihlásili na brigádu. Keby od začiatku pracovali všetci naraz, trvala by im práca 24 dní. Lenže najprv pracoval len jeden, po určitom čase sa k nemu pridala druhý, po takom istom čase ďalší a tak ďalej, až kým nepracovali všetci. Ukázalo sa, že prvý pracoval 11-krát dlhšie ako posledný.

Príklad 11: (♥5, 6, 7, 8, 9, p, s, t, k)

Ako dlho pracoval posledný brigádnik?

Žiaci o príkladožrútovi nikdy nepočuli, teda až na jedného. Ten sa Oriškovi pošepky priznal, že také zvieratko choval doma a tajne ho krmil svojimi domácimi úlohami z matematiky. Príkladožrút mu však ušiel, a keď sa dopyčul, že po ňom Orišek pátra, ušiel do ríše matematických rozprávok. Orišek sa teda pobral tam. Po dlhom putovaní zastal pri bráne do krajiny, ktorú strážil strašný matematický drak. Ak chcel Orišek vstúpiť do krajiny matematických rozprávok, musel drakovi povedať tajný kód.

Príklad 12: (♥5, 6, 7, 8, 9, p, s, t, k)

Nájdite kód, ak viete, že je to najmenšie 5-miestne číslo, ktoré je deliteľné číslami 3, 5, 7 a 11 a jeho cifry sú

1. usporiadané od najväčšej po najmenšiu
2. len nepárne čísla
3. ich súčet je prvočíslo

Detektív Orišek sa poriadne natrápil, kým našiel odpoveď (drak ho medzitým skoro zožral) a vstúpil na pôdu krajiny matematických rozprávok.

-pokračovanie-

Riešenia príkladov 1. série nám pošlite najneskôr 4. októbra 1999, (rozhodujúca je pečiatka pošty) na adresu (Pozor, je zmenená!)

PIKOMAT

P-MAT, n. o.

P. O. Box 2

814 99 Bratislava 1

V prípade omeškania Ti za každý deň po termíne (podľa pečiatky pošty) vo výsledkovej listine odpočítame 1 bod. Je najmä v tvojom záujme poslať nám riešenia včas. Ušetríš tým problémy sebe aj nám.

Tešíme sa na Tvoje riešenia.