

Samotný výsledok 18 sa dá nájsť ako najväčšie číslo v 30. stĺpci:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
červená	0	0	0	1	1	2	3	3	5	5	6	7	7	8	8	9	9	10	11	11	11	13	13	13	14	14	15	16	16	16	18
zelená	-	0	0	2	2	3	3	4	4	6	6	6	8	8	8	10	10	10	11	12	12	13	13	14	14	15	15	16	17	17	
modrá	-	-	0	1	1	3	3	3	5	6	6	6	8	8	9	9	9	10	11	11	11	12	12	14	14	14	15	16	16	17	17
žltá	-	-	-	0	1	2	3	3	4	5	6	6	7	7	9	9	9	9	11	11	12	12	12	13	14	14	15	16	16	17	
fialová	-	-	-	-	0	2	2	4	4	4	5	7	7	8	8	9	9	10	10	12	12	12	12	13	13	14	15	16	17	17	

**Poznámky:** Zadanie spomína „súčet cifier“ pri žltej nádobe, avšak viaceri z vás túto časť zadania prehliadli. Ďalší častý problém opäť súvisel s pochopením zadania, pokiaľ pohyb medzi susednými nádobami trvá 1 sekundu, neznamená to, že aj chytenie kvapky do skúmavky trvá 1 sekundu.

**Bodovanie:** Za zistenie, kedy kvapne ktorá kvapka sa dal získať 1 bod (uznával som odpovede 0,3,6..., aj 1,4,7..., aj 2,5,8...). Za nájdanie cesty bolo maximálne 2,6 bodu (za 0-10 kvapiek 0-1 bod, za 10-18 kvapiek 1-2,6 bodu). Zvyšných 1,4 bodu sa dalo získať za zdôvodnenie, prečo sa viac kvapiek nedá nazbierať.

### Príklad M5: Papiere. Opravovala Janka Štolcová.

Prvým krokom k správne riešeniu je vždy ujasniť si zadanie. Takže čo sme vlastne chceli? Úlohou bolo na steny dvoch kociek napísať čísla 0-9 tak, aby sme vedeli nastaviť v kalendári každý deň, teda všetky čísla 01, 02, ..., 10, 11, ..., 20, 21, ..., 30, 31.

Každá kocka má 6 stien, to znamená, že spolu máme k dispozícii 12 stien. Skúsme si teraz rozmyslieť, aké čísla tam potrebujeme, resp. ktoré koľko krát. Samozrejme vidíme, že každé číslo potrebujeme použiť aspoň raz, avšak niektoré potrebujeme aj dve rovnaké, aby sme dokázali ukázať niektoré špecifické dátumy (napríklad 11). Takýto dátum je ešte 22 a preto potrebujeme čísla 1 a 2 napísať na obidve kocky.

Trochu problematické by mohli byť dátumy s 0. Okrem 10., 20. a 30. potrebujeme aj 01., 02., ..., 09. (týchto je 9). To ale znamená, že ak dáme 0 iba na jednu kocku, na tú druhú by sa nám museli zmestiť všetky čísla, s ktorými ju chceme vedieť skombinovať. 9 čísel sa nám ale na steny jednej kocky nezmestia. Preto aj 0 musí byť na obidvoch kockách. Dvomi 0, 1 a 2 obsadíme 6 stien (3 z každej kocky). Zostáva nám ešte 6 voľných stien, ale potrebujeme umiestniť ešte čísla 3, 4, ..., 9. Týchto čísel je však 7, takže nech by sme sa akokoľvek snažili, jedno nám zvýši. Takýto kalendár sa tým pádom zostrojiť nedá.

V prípade, že by sme nepísali 6. a 9. s bodkou, ale by sme ich mohli zamieňať, kalendár by sa zostaviť dal. Nemuseli by sme použiť jedno z týchto čísel a tým by sme „ušetřili“ akurát tú jednu stenu, ktorá nám chýbala.

**Bodovanie:** Správne riešenie s postupom bolo ohodnotené 5timi bodmi. 1-3 body stratili tí z vás, ktorí nepišli na to, že čísla 0,1,2 musia byť na obidvoch kockách. A 4 body stratili riešitelia, ktorí napísali iba správnu odpoveď bez odôvodnenia.



organizátor korešpondenčného seminára Pikomat



podporuje odborný rast organizátorov seminára

# PIKOMAT

## Vzorové riešenia 1. série, kategória 5-6

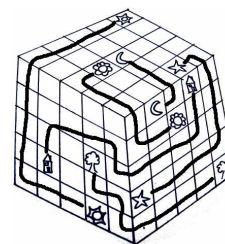
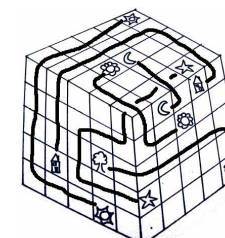
### Príklad M1: Chodbičky. Opravoval Martin „Panda“ Svetlík.

Ahojte riešitelia. Väčšina z vás sa v tomto príklade dopracovala k správne riešeniu – vymysleli ste takých 6 cestičiek, ktoré sa nekrižovali, štvorčeky v cestičke sa dotýkali celými stranami, a spojili ste všetkých 6 dvojíc symbolov. Avšak na získanie plného počtu bodov nestačí poslať obrázok s cestičkami, je potrebné aj vysvetlenie, ako sme na to prišli – teda ako sme postupovali. Pre zjednodušenie vysvetľovanie si budeme symboly nazývať nasledne:

slniečka ☼, domčeky 🏠, hviezdy ✨, kvety 🌸, mesiace ☾ a stromy 🌳

Pozrieme sa teda na náš obrázok, a zamyslime sa, ako postupovať:

Začneme napríklad domčkami, lebo sú ďaleko od seba a medzi nimi veľa iných symbolov, tak sa medzi ne poprepletáme. Teraz nám jasne ostane jediná možná cestička na spojenie slniečok. Ďalej spojíme stromy najkratšou cestou. Teraz by sme ešte mohli spojiť mesiace a potom okolo nich kvety, ale práve spojenie mesiacov alebo kvetov by nám zablokovalo jedinú cestu medzi hviezdami, ktorá nám ostala. Zase keby sme spojili hviezdy, tak by sa nám už nepodarilo spojiť mesiace. Takže to musím spraviť celé inak.



Zamyslime sa ale, prečo nám to nevyšlo. Na spojenie mesiacov a kvetov sme veľa možností nemali, na spojenie slniečok bola tiež len jedna, spojenie stromov nám cestu medzi hviezdami nepokazilo, asi sme zle zle začali, a domčeky mali byť spojené inak. Ako zmeniť cesty tak, aby nám to vychádzalo? Keď sa pozrieme na spojnicu slniečok a zamyslime sa nad ňou, je to asi najlepšia možnosť, ako ich spojiť – ide po kraji, a teda sa nemôže prekrižiť s ničím iným. Takže tú necháme tak. Zatiaľ si necháme aj cesty medzi mesiacmi a medzi kvetmi - tam veľa možností na zmenu nemáme a zatiaľ nám to nevedí. Cestu medzi domami zatiaľ zmažeme. Keďže sme predtým hviezdy nespojili zľava, skúsme teraz zprava. Teraz máme dosť jasnú cestu medzi stromami popri dolnom okraji, a už vidíme, kade spojiť domčeky – táto cesta sa zmestí akurát pomedzi ostatné cestičky. A sme hotoví.

**Bodovanie:** Samozrejme, toto nie je jediné riešenie, bolo ich viacero a každé samozrejme rovnako správne. K získaniu plného počtu bodov tačilo nájsť ktorékoľvek správne riešenie a opísať postup, ako ste ho našli. Za samotné správne riešenie som dával 2,5 bodu (bohužiaľ, veľa z vás k nemu nenapísalo ani slovo), a ďalších 2,5 bodu ste mohli dostať za postup, podľa toho, nakoľko ste opísali svoje myšlienky.

### Príklad M2: Sviečky. Opravovala Veronika Jankovičová.

Šimonko si vzal 4 sviečky a zapálil ich presne o pol noci. Tri z nich horeli rovnakou rýchlosťou a dohoreli o 2., 3. a 4. hodine. Keďže vieme, že najdlhšia z nich mala 20cm, vieme určiť, kedy dohorela. Dohorela o 4., pretože ak by dohorela o 3. alebo 2., našla by sa aspoň jedna z tých dvoch ďalších dlhých sviečok, ktorá by bola dlhšia ako tá, čo mala 20cm.

Takže vieme, že 20 cm mala najdlhšia sviečka a dohorela o 4. hodine, teda vieme si aj vypočítať, koľko centimetrov z nej zhorelo za hodinu:  $20 \text{ cm} : 4 \text{ hod} = 5 \text{ cm/hod}$

Vieme, že ďalšie dve sviečky horeli takou istou rýchlosťou, ale dohoreli o 2. a 3. hodine, čiže museli mať dĺžku 10 a 15 cm ( $2 \cdot 5 = 10$ ,  $3 \cdot 5 = 15$ ). Ale toto nás nemusí zaujímať. Potrebujeme vypočítať dĺžku najmenej sviečky, ktorá horela 5krát pomalšie, ako ostatné a dohorela o 5. hodine. Keďže ostatné sviečky horeli rýchlosťou 5cm/hod, táto musela horieť  $5 \text{ cm/hod} : 5 = 1 \text{ cm/hod}$ .

Keď sme už zistili, akou rýchlosťou najmenšia sviečka horela, stačí vynásobiť túto rýchlosť počtom hodín, ktoré horela, teda  $1 \text{ cm/hod} \cdot 5 \text{ hod} = 5 \text{ cm}$ .

Niektorí z vás pristupovali k príkladu odlišným spôsobom. Ten spočíval vo výpočte času, za ktorý zhorel 1cm z 20 cm dlhej sviečky – vieme, že horela 4 hodiny (240 minút) a preto to bude:  $240 \text{ min} : 20 \text{ cm} = 12 \text{ min/cm}$

Vieme, ako rýchlo horeli dlhšie sviečky, teraz si môžeme vypočítať rýchlosť horenia malej sviečky, pretože vieme, že horela 5krát pomalšie:  $12 \text{ min/cm} \cdot 5 \text{ (rýchlosť horenia)} = 60 \text{ min/cm}$

A keďže za 60 min (1 hod) zhorel 1 cm najmenej sviečky, za 5 hod (300 min) zhorelo:

$$300 \text{ min} \times (1 \text{ cm} / 60 \text{ min}) = 5 \text{ cm}.$$

Obidvomi spôsobmi sme sa dopracovali k rovnakému správne výsledku – najkratšia sviečka bola dlhá 5 cm.

**Bodovanie:** 0,5b ste mohli získať ak ste správne určili zvyšné sviečky avšak najkratšiu sviečku ste zle určili. 1b–1,5b získali tí z vás, ktorí aj správne vypočítali rýchlosť, akou horeli tri dlhšie sviečky a uviedli svoj postup. 2b boli za správny výsledok, avšak bez správneho postupu. 3-4b ste získali ak boli vo vašom riešení malé nezrovnalosti prípadne nedopísaný postup a samozrejme 5b bolo za správne riešenie aj s bezchybným postupom.

### Príklad M3: Hlavoľam. Opravoval Michal „Kesy“ Kesely

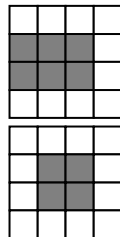
Ak by sme sa chceli prepracovať k nejakému riešeniu, skúšanie všetkých možností by asi nebolo úplne najjednoduchšie. Preto si skúsime našu úlohu nejak uľahčiť. Skúsme sa pozrieť na to, ako môžu byť jednotlivé kamienky zoskupené.

1.) Všetkých 6 kamienkov je pokope. Ak by v tomto zoskupení nejaký kamienok vyčnieval (napríklad keby týchto 6 kamienkov tvorilo „hadíka“), automaticky by susedil len s jedným ďalším, čo nemôže. Takže jediné rozumné zoskupenie 6 kamienkov je  $3 \times 2$ . Sami ale vidíte, že stredové kamienky majú troch susedov, čo nemôžu. Takže takéto zoskupenie neprichádza do úvahy.

2.) Zoskupenie 5 kamienkov pokope neprichádza do úvahy z rovnakého dôvodu.

3.) Zoskupenie 4 kamienkov v „hadíkovi“ opäť zmysel nemá, ale štvorec  $2 \times 2$  vyzerá nádejne.

4.) Zoskupenie 3 alebo 2 kamienkov nikdy nemôže vyjsť tak, aby každý kamienok susedil s párnym počtom kamienkov.



Takže máme v podstate dve možnosti. Buď sa nám kamienky rozpadli do 6 skupiniek po 1 kamienku ( $6 \cdot 1 = 6$ ), alebo do skupinky 4 kamienkov a 2 skupiniek po 1 kamienku ( $4 + 2 \cdot 1 = 6$ ). Skúsme si sami dokázať, že možnosť 6 skupiniek po 1 kamienku

k žiadnemu riešeniu nevedie. Pomôcka: vždy sa tam objaví prázdne políčko s párnym počtom susedov.

Skúsme teda niekam umiestniť ten štvorec  $2 \times 2$ . Keby sme ho dali do stredu, tak k nemu nevieme už pridať dva oddelené štvorce tak, aby netvorili súvislý útvar. Táto možnosť teda odpadá. Keby sme štvorec umiestnili do rohu, tak si vynucuje okolo seba prázdne políčka (vyznačené čiernou). Tieto si ďalej vynucujú prázdne políčka v dvoch ďalších rohoch, ale tie si vynucujú ďalšie tri kamienky. To však znamená, že máme 7 kamienkov, čo je veľa.

Takže nám ostáva jediná možnosť, a to že náš štvorec je v strede hore. Ten si okolo seba opäť vynucuje prázdne políčka. Potom už však máme len jeden spôsob, ako uložiť zvyšné kamienky tak, aby všetko fungovalo.

Určite ste si všimli, že sme potichu používali to, že hraciu plochu môžeme otáčať a prevracať. Nemuseli sme preto skúšať všetky umiestnenia štvorca  $2 \times 2$ , ale len niektoré.

Kamienky teda možno rozdeliť na hraciu plochu jediným spôsobom.

**Poznámky:** Potešilo ma, koľkými rôznymi spôsobmi ste k úlohe pristupovali. Na druhej strane sa vyskytlo veľa tých, ktorí k obrázku nepripojili žiaden postup. Pokúste sa v budúcnosti popísať chod svojich myšlienok a určite dostanete bodov viac.

Niektorí z vás si úlohu vysvetlili trochu inak a snažili sa uložiť viac kamienkov na jedno políčko. Tým si úlohu vlastne stažili. Pokiaľ bola takáto úloha vyriešená správne, uznával som to - koniec-koncov aj títo riešitelia museli nájsť pôvodné riešenie. Tiež sa vyskytlo pomerne veľa nesprávnych obrázkov. Skúsme si predtým, než príklad napíšete, urobiť skúšku správnosti, či naozaj vaše riešenie sedí. Keby ste si ju spravili, určite by ste svoje chyby odhalili.

**Bodovanie:** 1,5 bodu za správnu odpoveď („Existuje jedno riešenie.“), ďalšieho 1,5 bodu za správny obrázok (pokiaľ sa spolu so správnym obrázkom vyskytli aj nesprávne, tak -0,2 bodu za každý, maximálne však -1 bod) a zvyšné 2 body sa dali získať za postup.

### Príklad M4: Elixír. Opravoval Mišo Kováč.

Na sprehľadnenie riešenia dosť pomohla tabuľka. Stĺpce predstavovali jednotlivé sekundy, riadky predstavovali nádoby. Políčko bolo zafarbené, ak príslušná nádoba kvapla v príslušnej sekunde. Avšak doktor mal veľmi veľa možností, ako mohol chodiť. A preto bolo treba vymyslieť, ako zjednodušiť overovanie jednotlivých ciest. Možnosti a zároveň aj správnych postupov bolo viacero.

Ako vzorové riešenie uvádzame postup Kuba Xavera Gubáša, ktorý pristupoval k príkladu zaujímavým spôsobom.

Tabuľku ešte vyplníme číslami, ktoré znamenajú najväčší možný počet kvapiek získaných, ak sme skončili v príslušnej sekunde pri danej nádobe. Takže v nultom stĺpci budú samé nuly, lebo na začiatku ešte nič nemáme. Všetky ostatné políčka vieme vyplniť nasledovne. Pôjdeme po stĺpcoch zľava doprava a vždy sa pozrieme na políčko dolava, políčko vľavo hore a políčko vľavo dole (to sú políčka odkiaľ sa vieme za sekundu dostať na naše políčko). Zoberieme najväčšie z čísel na tých políčkach. Ak sme momentálne na zafarbenom políčku (kde kvapne kvapka), zvýšime ešte výsledok o 1. Potom výsledok zapíšeme. Následne sa posunieme o stĺpec ďalej a postup opakujeme.

Keďže na naše políčko sa dalo dostať len z jedného z troch spomenutých políčok a pre každé z nich platilo, že číslo na ňom bol maximálny počet kvapiek, ktoré sa dali získať a zobrali sme z nich maximum, tak aj na našom políčku je teraz maximálny počet kvapiek, ktoré sa dali získať na ceste sem.