Príklad M5: Hádanka. *Opravoval Mišo Kováč*

Príklad sa dal vyriešiť aj vyskúšaním všetkých možností, nebola to však odporúčaná cesta k riešeniu - keďže tých možností bolo strašne veľa, ľahko mohla ostať nevyskúšaná nejaká možnosť, pri ktorej by bol súčet pod diagonálou ešte väčší...

Spôsob uvažovania, ktorý použila väčšina, bol nasledovný:
1. chceme mať v dolnej polovici čo najviac 4, potom čo najviac 3, potom čo najviac 2, zvyšné budú jednotky. 2. Koľko môže byť 4? Pod diagonálou sú tri stĺpce a tri riadky. Ak by tam boli tri štvorky, tá štvrtá štvorka by nutne musela byť v zvyšnom riadku a zároveň v zvyšnom stĺpci, teda v bode A1, čím by ale druhej diagonále už neostala žiadna štvorka. A toto platí nielen pre štvorku, ale pre všetky tie čísla. Teda môžu byť najviac dve rovnaké. Takže chceme dve štvorky, dve trojky a dve dvojky. Lenže to nepôjde (rozmyslite si to – kam by sme dali jednotky?). Preto namiesto dvoch dvojok dáme dvojku a jednotku.

Vyskytlo sa aj zopár veľmi elegantných riešení: Súčet čísel v každom riadku, stĺpci uhlopriečke je 10 (každé číslo práve raz). A teraz prekvapenie: Aj súčet čísel v rohoch je 10! (nemôžu mať dva rohy rovnaké číslo, lebo sú spolu buď v riadku, stĺpci alebo uhlopriečke). Ptom súčet čísel pod diagonálou dostanem nasledovne: Sčítam čísla v spodnom riadku (spolu 10) a čísla v pravom stĺpci (spolu 10). Má to iba 2 chybičky: pravý dolný roh som zarátal dvakrát a rohy A4 a D1 tam naopak prirátané byťnemali. Tak odrátam súčet čísel vo všetkých rohoch (opäť 10). Ostávajú zase 2 chybičky: odrátal som aj ľavý horný roh, čo som nemal robiť. Navadí, pripočítam ľavý horný roh. A na záver ešte políčko C3. Súčet je teda
10 + 10 – 10 + A1 + C3 = 10 + A1 + C3.
A1 a C3 sú spolu na diagonále, preto nemôžu byť rovnaké. Najväčšie môžu byť teda 3 a 4, čo činí súčet 10 + 3 + 4 = **17**. Riešenie je nasledovné:

	1	2	3	4
A	3	2	1	4
B	4	1	2	3
C	2	3	4	1
D	1	4	3	2

Bodovanie:
Za správny výsledok aj s obrázkom boli 2 body. Ďalšie body sa dali získať za zdôvodnenie, prečo sa väčší súčet nedá dosiahnuť.

organizátor korešpondenčného seminára Pikomat

podporuje odborný rast organizátorov seminára

PIKOMAT

Vzorové riešenia 2. série, kategória 5-6

Príklad M1: Dvojičky. *Opravovala Veronika „Nika“ Jankovičová.*

Vieme, že profesor sa snažil rozdeliť 4 páry dvojičiek do 2 skupín tak, aby súrodenci neboli spolu. My mu pomôžeme tak, že si označíme dvojičky a, A, b, B, c, C, d, D.
Teraz môžeme začať deliť:

Spôsob	1.skupina	2.skupina
1.	a, b, c, d	**A, B, C, D**
2.	**A**, b, c, d	a, **B, C, D**
3.	a, **B**, c, d	**A**, b, **C, D**
4.	a, b, **C**, d	**A, B**, c, **D**
5.	a, b, c, **D**	**A, B, C**, d
6.	**A, B**, c, d	a, b, **C, D**
7.	**A**, b, **C**, d	a, **B**, c, **D**
8.	a, **B, C**, d	**A**, b, c, **D**

Keby sme pokračovali s kombináciami, vznikali by nám tie isté možnosti len by sa zamenila prvá skupina s druhou, pričom členovia by zostali tí istí. Takže pre **4 dvojice** dvojičiek sme našli **8 spôsobov** rozdelenia.
Keď už sa Šimonkovi podarilo prehovoriť 2 žiakov (napr. dvojičku d a D) aby s ním odišli, zostalo v triede 6 detí, čiže 3 dvojičky. Počet možností sa tým zmenšuje:
Takisto ako v prvej časti, aj tu by sme ďalším pokračovaním získali tie isté kombinácie, len s vymeneným číslom skupiny.
Pre 6 žiakov (3 dvojičky) sme našli 4 možnosti rozdelenia do dvoch skupín podľa profesorových požiadaviek.

Spôsob	1.skupina	2.skupina
1.	a, b, c	**A, B, C**
2.	**A**, b, c	a, **B, C**
3.	a, **B**, c	**A**, b, **C**
4.	a, b, **C**	**A, B**, c

Bodovanie: Body sa strhávali za rôzne neúlpnosti ako napr. chýbajucu odpoveď na otázku zo zadania, rôzne nepresnosti vo vysvetlení postupu a samozrejme chyby vo výsledkoch.

Príklad M2: Plechovky. *Opravovala Diana „Dee“ Odrobináková.*

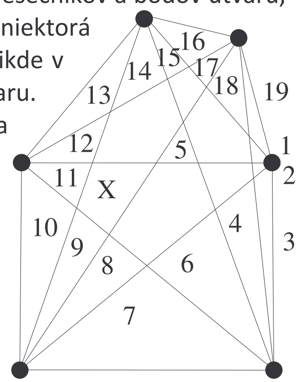
Prišli ste na veľa rôznych spôsobov, ako riešiť túto úlohu. Ja sa pokúsim ukázať vám jeden z tých jednoduchších. Po prelúskaní zadania by sme mali prísť k záveru, že keď budú plechovky rovnako veľké, tak bude v nich rovnako veľa farby. Takže... aj po priliatí 1dcl z modrej do zelenej bude v zelenej plechovke ešte stále väčšia koncentrácia zelenej, pretože plechovka bola vačšia ako 1 dcl, ktorý sme priliali, čiže v nej bolo a ešte stále je

viac pôvodnej farby. Po dôkladnom premiešaní sa táto „prevaha“ zelenej rozšíri po celej zelenej plechovke a teda aj keď odlejeme naspäť 1dcl do modrej, v zelenej zostane prevaha zelenej. A keďže farieb bolo rovnako veľa a žiadnu sme počas prelievania (pri troche šťastia ☺) nerozliali, keď je v jednej plechovke (zelenej) viac zelenej farby, v tej druhej (modrej) musí byť viac modrej farby. Samozrejme, podobne jednoducho sa to vysvetľovalo aj na konkrétnych príkladoch. Keďže v žlto-čevenej platia rovnaké pravidlá (v rovnakých plechovkách je viac ako 2dcl a odlievame práve 2dcl), výsledok bude rovnaký – viac žltej bude v pôvodne žltej plechovke a v plechovke od červenej farby bude viac červenej farby. Pri splnení týchto podmienok bude tak výsledok rovnaký pri akýchkoľvek číslach v zadaní (akýchkoľvek veľkých plechovkách).
Dúfam, že som tým, ktorým sa nezdal tento príklad dostatočne matematický, už objasnila, kde v ňom nejaká tá „matika“ je. Na výtvarnej sme sa síce učili o zmiešavaní farieb na tyrkysovú a oranžovú, ale tu boli predsalen dôležitejšie pomery tých farieb ako ich skutčný „výzor“ ☺.

Bodovanie: Za obe správne odpovede ste mohli dostať spolu 1,5 boda, za oba príklady, že to sedí po 0,5 boda a za postup od 0 do 2,5 boda podľa jeho podrobnosti a správnosti.

Príklad M3: Šitie. *Opravoval Dano „Žofia“ Lovásko.*

Úloha sa dala pochopiť dvoma spôsobmi, pričom oba som považoval za správne.
1. Budeme počítať len základné trojuholníky (teda také, ktoré sa neprekrývajú) – toto pochopenie je odvodené z príbehu, kde bolo napísané, že látku budeme strihať.
2. Budeme počítať všetky trojuholníky – aj také, ktorých časti sa prekrývajú s inými trojuholníkmi.
Pozrime sa, koľko je základých trojuholníkov.
Prvým zjednodušujúcim krokom bolo, že sme si náš útvar previedli na pravidelný päťuholník (priesečníky sa tým nijak nezmenili). Pokiaľ by bod ležal vnútri, mohol by ležať len v troch základných miestach: Prvé miesto je päťuholník v strede, druhé je vnútri niektorého z trojuholníkov, ktoré majú 2 vrcholy v pôvodných nakreslených bodoch, tretie je vnútri tých, ktoré mali len jeden vrchol v pôvodných bodoch.
Druhá dôležitá myšlienka: 6. bod mohol ležať na spojniciach priesečníkov a bodov útvaru, no potom by bolo trojubolníkov menej, ako keď tam neleží – niektorá spojnica by bola „zdvojená“ a to by nebolo efektívne. Avšak nikde v zadaní nebolo napísané, že bod nemôže ležať aj mimo útvaru. Máme teda 4. miesto, kde bod mohol ležať. Ostáva nám teda iba nakresliť si tieto situácie a zisiť počty trojuholníkov. Správne riešenie bolo, že 6. bod má ležať mimo útvaru, ale nie na spojniciach ľubovolných priesečníkov, vtedy bolo trojuholníkov 19 (vyznačené v obrázku. Samozrejme, mohli sme zarátaťnapríklad trojuholník zložený z častí 9+X namiesto trojuholníka 9 (a podobne), ale to nič na výsledku nemení.



Pozrime sa teraz, ako násť bod ak rátame všetky trojuholníky:

Tí z vás, ktorí chceli zrátať všetky trojuholníky, si úlohu značne sťažili, no keďže veta o strihaní nebola priamo označená ako časť zadania, body som za to nestrhával. Avšak najlepšie umiestnenie šiesteho bodu sa dalo zistiť aj inak ako rátaním všetkých možných trojuholníkov. Zoberme si obrázok z predošlého spôsobu riešenia. Keby sme ten šiesty bod neumiestnili tam, kde je (vonku), ale dnu za najbližšiu čiaru, situácia by sa skoro nezmenila, ale prišli by sme o trojuholníky vzniknuté spojením trojuholníkov 15, 17, 18, 1 a toho štvorulohlíka (resp. päťuholníka a trojuholníka 5) vedľa nich. Podobnou úvahou by ste prišli aj na to, že ani v tých „vnútornejších“ trojuholníkoch a ani v strednom päťuholníčku nezískame lepšie umiestnenie 6. bodu.

Bodovanie:
5b za správne umiestnenie bodu s popisom, prečo má byť práve tam. Ak ste ho umiestnili niekde inde, rozhodlo zdôvodnenie, no viac ako 4 body ste nedostali. No a ak ste aj mali nejakú chybičku, tak 0.5b som pripočítaval za pekné myšlienky a zaujímavé nápady.

Príklad M4: Svadba. *Opravovala Lenka „Lenika“ Bendová.*

Pre väčšinu z vás nebolo určenie párov a zamestnaní piadimužíkov žiadnym problémom. Zo zadania vieme, že Paľko je doktor. Taktiež vieme, že Patrik nieje spisovateľ, čo znamená, že Patrikovi musí patriť posledné mužské povolanie a teda pilot. Z toho je jasné, že Peter je spisovateľ. Hildegarda sa vydala za spisovateľa a teda máme jasný prvý pár: <u>Hildegarda-Peter</u>. Ďalej zadanie hovorí, že Helena sa vydala za pilota, teda druhý pár je <u>Helena-Patrik</u>. Ostáva už len posledný, a to <u>Paľko-Hegviga</u>.
Teraz sa ale dostávame k problému. Písali ste, že na určenie zamestnaní piadižienok nemáme dostatok informácií. Nie je to celkom pravda. Nemáme dostatok informácií na to, aby sme ich určili jednoznačne, ale veď sa nám ponúkajú hneď tri možnosti:
Helena - je Patrikova žena a ten sa ako vieme neoženil s asistentkou, z čoho vyplýva, že Helena môže byť <u>speváčka</u>, alebo <u>umelkyňa</u>.
Hildegarda – jej povolanie nemá žiadne obmedzenie, teda môže byť <u>speváčka, umelkyňa aj asistentka</u>.
Hedviga – je Paľkova žena a ten, ako vieme, sa neoženil s umelkyňou. Teda Hedviga môže byť <u>speváčka alebo asistentka.</u>
Takže nám vznikli tri možnosti, akými sú povolania medzi piadižienkami rozdelené:
Helena – speváčka, Hedviga – asistentka, Hildegarda – umelkyňa
Helena – umelkyňa, Hedviga – speváčka, Hildegarda – asistentka
Helena – umelkyňa, Hedviga – asistentka, Hildegarda – speváčka

Bodovanie:
5b – kompletné riešenie aj s dostatočne popísaným postupom
3,5-4,5b – chyby v riešení, medzery v postupe
3b – správne zadelenie párov, chýbajúce povolania
2,5b – správne riešenie bez postupu
2b – nekompletné riešenie bez postupu