Príklad M5: Papiere. *Opravoval Juro Pavlovič.*

Na ľavej strane máme čísla 1, 3, 5, 7, 9 a na pravej strane čísla 2, 4, 6, 8. Pre pohodlné vyriešenie tohto príkladu si bolo treba najprv uvedomiť zopár vecí:

$\square \div \square + \square + \square\square = \square \div \square + \square\square$

1. Keď bezo zvyšku vydelíme nepárne číslo nepárnym, vždy dostaneme ďalšie nepárne číslo.
2. Súčet troch nepárnych čísel je vždy ďalšie nepárne číslo.

Na ľavej strane teda dostaneme vždy nepárny súčet.

Jediná možnosť, ako z párnych cifier na pravej strane poskladať nepárny súčet, je podiel *6:2*. Tým pádom sú iba dve možnosti, ako môže vyzerať pravá strana: *6:2+48* alebo *6:2+84,* to sú súčty 51 a 87.

Takže na ľavej strane potrebujem dostať 51 alebo 87. Pripadajú do úvahy tieto podiely: *9:3, 9:1, 7:1, 5:1, 3:1*. Rýchlo sa presvedčíme o tom, že s podielom asi ďaleko nezájdeme (skúste si to sami). Takže na druhom mieste na ľavej strane bude 1. Aby sme dostali 51, potrebujeme na desiatkovom mieste v dvojcifernom čísle mať 3. Aby sme dostali 87, potrebujeme na desiatkovom mieste v dvojcifernom čísle mať 7.

Tu si treba ešte naposledy čosi uvedomiť a príklad je vyriešený. Ak je na druhom mieste 1, potom čísla na prvom, treťom a piatom mieste môžeme medzi sebou ľubovoľne vymieňať a celkový súčet sa pritom nezmení.

Takže pre súčet 51 dáme na druhé miesto 1, na štvrté miesto dám 3 a ostanú mi 5,7,9, ktoré môžem ľubovoľne rozmiestniť na zvyšné miesta – to sa dá spraviť 6 spôsobmi. Pre súčet 87 to funguje podobne a máme ďalších 6 riešení.

Spolu máme teda 12 riešení príkladu.

Bodovanie: Za riešenia, kde sa vyskytlo všetkých 12 rovníc, som spravidla dával 5 bodov. Za každú chýbajúcu rovnicu som strhával nejaké desatinky podľa toho, či ste mali logicky správny postup (-0,1 bodu), vytvárali všetky kombinácie (-0,2 bodu) alebo len tak tipovali (-0,3 bodu)

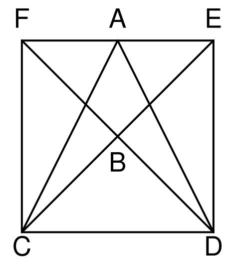
organizátor korešpondenčného seminára Pikomat

podporuje odborný rast organizátorov seminára

PIKOMAT

Vzorové riešenia 1. série, kategória 5-6

Príklad M1: Pavučina. *Opravoval Martin „Logik“ Lauko.*



Tento príklad nebol ťažký, veľa z vás ho vyriešilo správne. Najdôležitejšou fintou bolo počítať komplikovanú plochu ako rozdiel iných plôšok. Napríklad od vchodu jaskyne odpočítame plochu, kde pavučina nie je.

Označme si CDEF štvorec, ktorý určuje vchod do jaskyne. Potom plochu pavučiny vieme vypočítať tak, že od obsahu trojuholníka ΔACD odpočítame obsah ΔBCD. Druhou možnosťou je od obsahu štvorca ■CDEF odpočítať postupne obsahy trojuholníkov ΔACF, ΔADE, ΔBCD. Plochy trojuholníkov môžeme počítať podľa vzorca $S_\Delta = a.v/2$, kde a je strana trojuholníka a v výška na túto stranu. Výjde nám $S_{\Delta AED} = S_{\Delta AFC} = 1m^2$, $S_{\Delta BCD} = 1m^2$, $S_{\Delta ACD} = 2m^2$.

Druhou možnosťou bolo počítať plochy trojuholníkov úvahou. Všimneme si, že úsečky CE a DF sú uhlopriečky štvorca, takže sa pretínajú v strede a štvorec rozdeľujú na štyri rovnaké trojuholníky: BCD, BDE, BEF, BFC. Každý z nich má plochu rovnajúcu sa jednej štvrtine štvorca, celý štvorec má plochu $S_\blacksquare = d.d = 2m.2m = 4m^2$, takže ΔBCD má plochu $4m^2{:}4 = 1m^2$. Pri trojuholníkoch AFC a AED si zas môžeme všimnúť, že ak jeden otočíme, zložíme z nich obdĺžnik so stranami $p = 1m$, $q = 2m$.

V každom prípade plochu pavučiny P nakoniec zistíme odčítaním známej plochy medzier vo vchode od celkovej plochy vchodu, teda vypočítame plochu $P = S_{\blacksquare CDEF} - (S_{\Delta AFC} + S_{\Delta AED} + S_{\Delta BCD}) = 4\ m^2 - 3\ m^2 = 1m^2$.

Bodovanie: 5b za správne riešenie, -0,5 bodu za malé chyby, 2,5-4 body za riešenia s nedostatočným slovným vysvetlením (treba slovne opísať, čo vlastne počítaš, aby to mohol pochopiť každý), 0,5-1,5 bodu za čiastočne správne úvahy.

Príklad M2: Zápalky. *Opravovala Vlasta „Krupla“ Gubášová.*

Ľahko zistíme, že pri dodržiavaní podmienok zadania môžeme robiť ako prvý ťah len taký, ktorý zdvojnásobuje počet zápaliek na niektorej z dvoch pôvodných kôpok – 7-zápalkovej alebo 6-zápalkovej. Nedokážeme teda po prvom ťahu urobiť kôpku, ktorá obsahuje 8 zápaliek. Takisto ľahko zistíme, že akýmkoľvek ďalším ťahom zmeníme počet zápaliek v práve dvoch kôpkach. Spojením uvedených úvah nám jasne vyjde, že na dva ťahy nedokážeme zabezpečiť, aby na každej kôpke ležalo 8 zápaliek (čo je tretina celkového množstva). K dokončeniu úplného riešenia úlohy nám preto stačí už len nájsť postup, ktorý na tri ťahy zabezpečí na každej kôpke 8 zápaliek. Tento postup existuje: v prvom kroku preložíme 7 zápaliek z 11-zápalkovej kopy (podľa pravidiel to teda bude na kôpku, ktorá mala 7 zápaliek a teda po prvom ťahu bude mať 14 zápaliek). V druhom ťahu preložíme 6 zápaliek zo 14-zápalkovej kopy (podľa pravidiel to teda bude na kôpku, ktorá mala 6 zápaliek a teda po druhom ťahu bude mať 12 zápaliek). V treťom ťahu preložíme 4 zápalky z 12-zápalkovej kopy (podľa pravidiel to teda bude na kôpku, ktorá mala 4 zápalky, a teda po treťom ťahu bude mať 8 zápaliek). Po tomto treťom ťahu na každej kôpke leží 8 zápaliek.

Bodovanie: Zvlášť bolo hodnotené nájdenie riešenia (3 body za správne) a zvlášť dokázanie, že lepšie riešenie neexistuje (plus 2 body za postup či popis, ktorý dostatočne poukázal na fakt, že lepšie ako na 3 ťahy to nejde).

Príklad M3: Čajové návštevy. *Opravovala Katka Beláková.*

Táto úloha sa dala riešiť viacerými spôsobmi, pričom každým z nich ste sa dopracovali k správnemu výsledku. Uvedieme si dva veľmi pekné postupy a do zátvoriek si uveďme čísla podmienok, ktoré sme využívali.

Prvý postup: Všimnime si piatu podmienku. Ak by prišla babka, prišiel by aj otec s dedkom. S otcom by ale prišla aj mama (1) a s dedkom Dano (4). Takto sme sa dostali do problémovej situácie, lebo mama s Danom nemôžu prísť súčasne (3). Takže teraz už vieme, že babka nepríde. Keďže musí prísť aspoň jeden zo starých rodičov (2), tak príde dedko. S dedkom príde Dano (4), čiže mama prísť nemôže (3) a tým pádom nepríde ani otec (1). Po kontrole, či sedia všetky podmienky, môžme vyhlásiť, že na čajovú návštevu prišli len dedko s Danom.

Druhý postup: Tentoraz si všimnime tretiu podmienku. Jeden z dvojice Dano, mama musel prísť (ale nikdy nie spolu).Takže máme len dve možnosti. Buď prišiel Dano, alebo mama. Keď obe preskúmame, môžeme si byť istí, že nám nič neuniklo.

Povedzme, že prišla mama. Potom neprišiel Dano (3) a ani dedko (4). Teda musela prísť babka (2). Ak ale prišla babka, musel prísť aj dedko (5), čo sme už predtým vylúčili. Takže mama neprišla. Povedzme teda, že prišiel Dano (on podľa 3. podmienky aj musel prísť). Potom prišiel aj dedko (4). Otec však bez mamy neprišiel (1) a babka zase neprišla bez otca (5). Takže na čaj prišiel len dedko s Danom.

V príklade si bolo treba dať pozor na význam niektorých podmienok. Napríklad piata podmienka nehovorí nič o tom, čo sa stane, ak babka nepríde. Taktiež ak príde otec, neznamená to, že musí aj babka. Druhá a tretia podmienka zase hovoria, že musela prísť aspoň jedna zo spomínaných osôb.

Bodovanie: 0 až 1 bod som dávala za počiatočné úvahy. 2 až 5 bodov bolo za správne riešenie, či jeho časť, tam to už záviselo od miery zdôvodnenia a na tom, či vám nevyšli aj nejaké nesprávne riešenia, keď ste pozabudli na niektorú z podmienok.

Príklad M4: Myš. *Opravoval Peter „Pepe“ Kóša, riešenie podľa Barbory Černákovej.*

Vyberieme si ľubovoľný bod. Teraz sa zamyslíme len nad vodorovným smerom siete - koľko strán štvorcov môže myš maximálne prejsť k svojmu cieľu (o ktorom nevieme, kde leží)? Strán v tomto smere je 20 a myš pôjde kratšou cestou, preto ak by ich mala prejsť viac ako 10 ($x>10$), tak sa radšej otočí a pôjde v opačnom smere, v ktorom sa nachádza medzi ňou a cieľom len 20-x strán. Rovnaká úvaha platí následne aj vo vertikálnom smere, kde sa myš otáča, ak by mala prejsť viac ako 7 strán. Tým pádom vidíme, že v ideálnom prípade môže myš prejsť 10 strán horizontálne a 7 strán vertikálne, teda dokopy 17 (umiestnenie oboch bodov nás vôbec nemusí zaujímať!). Zároveň sme takto dokázali, že neexistuje žiadne lepšie riešenie.

Bodovanie: Za nesprávne pochopenie zadania ste dostali najviac dva body. Za úplné a správne riešenie ste dostali 5 bodov, pričom za chyby v postupe šiel počet bodov dole.

Komentár k riešeniam: Kľúčom k úspechu bolo správne pochopiť zadanie. To sa niektorým z vás úplne nepodarilo.
Niektorí napríklad zobrali dva body siete a potom sa snažili k nim nájsť najdlhšiu cestu, ktorými sa dajú spojiť - ale myš chodí vždy po tej najkratšej, tak je to v zadaní.
Iní zase nepostrehli tú časť zadania, v ktorej sa hovorilo o tom, že sieť, v ktorej sa myš hýbe je akoby "zlepená" dokopy na krajoch, a preto myš prechádza cez kraje, kedykoľvek je to pre ňu výhodnejšie.
Preto ponaučenie znie: *„Čítajte zadania poriadne a pokúste sa nad nimi poriadne zamyslieť.“*