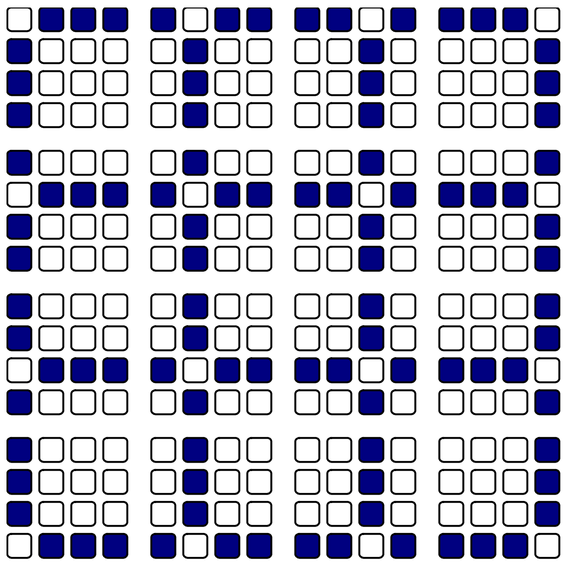


Druhá časť zadania sa pýta na počet možností, ak by na konci bolo 10 kariet lícom nadol. Tu si treba uvedomiť, že otočením všetkých šestnástich kariet sa zo 6 kariet lícom nadol stane presne 10 kariet lícom nadol. Počet možností je pre 6 a pre 10 teda rovnaký (nemôže byť jedných viac). Preto aj tu máme 16 možností.

Bodovanie: Za správnu odpoveď 1 bod a napísanie, ako ste sa k tomuto počtu dopracovali, bolo 1,5 bodu v oboch častiach..

P-MAT n.o.

organizátor korešpondenčného seminára Pikomat

NADÁCIA INGENIUM

podporuje odborný rast organizátorov seminára

PIKOMAT

Vzorové riešenia 4. série, kategória 5-6

Príklad M1: Pojazdná záhrada. *Opravoval Martin „Panda“ Svetlík.*

Keďže z druhov zeleniny, ktoré zasadili v danom roku, zasadia v ďalšom najviac jeden, a vždy vyberajú z piatich druhov tri, tak v ďalšom roku musia zasadiť tie dva, ktoré v danom roku nezasadili a ešte jeden, čo zasadili aj predtým.
V prvom roku zasadili cirkusanti fazuľu, kukuricu a mrkvu. Teda v druhom musia zasadiť tie zvyšné dva druhy – hrach a uhorky. A čo ešte? Mrkvu nie, pretože majú zásadu, že ak zasadia mrkvu v jednom roku, tak v ďalšom už nie. Kukuricu tiež nie, lebo potom by podľa ďalšej zásady museli zasadiť aj fazuľu. A to nemôžu, lebo môže byť len jeden druh taký istý ako minulý rok. Takže zasadia fazuľu. Tu si všimneme vetu: „V prípade, že zasadia kukuricu, tak určite zasadia aj fazuľu.“ Tá znamená, že ak zasadia kukuricu, tak zasadia aj fazuľu. Ale fazuľu môžu zasadiť aj bez toho, aby zasadili kukuricu. Takže druhý rok je v poriadku – hrášok, uhorky, fazuľa.
A tretí rok zase zasadia tie dva druhy, čo neboli druhý rok (to sme si vysvetlili na začiatku) – teda kukuricu a mrkvu. A keďže zasadili kukuricu, musia aj fazuľu. A teda zasadili to isté čo prvý rok.
Potom by sme ľahko vedeli určiť aj štvrtý, piaty, šiesty, štyridsiaty druhý, či štyridsiaty siedmy rok – keďže tretí rok zasadili to isté čo prvý, tak štvrtý rok nemajú inú možnosť, ako zasadiť to isté, čo druhý…. a tak ďalej. Každý nepárny rok zasadia kukuricu, fazuľu a mrkvu a každý párny rok zasadia uhorky, hrášok a fazuľu. Ale to už len tak na okraj, toto ste nemuseli uviesť vo svojom riešení.

Bodovanie: Len za odpoveď alebo napísanie, čo nasadia prvý, druhý a tretí rok, ste dostali dva body. Ďalšie tri body ste mohli dostať za odôvodnenie a postup.

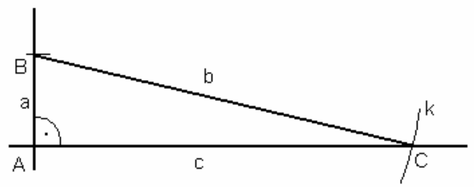
Príklad M2: Šapitó. *Opravovala Jana „Žabka“ Závodná.*

Bolo viac možností ako riešiť túto úlohu. Ukážeme si dva z nich.

Postup A:

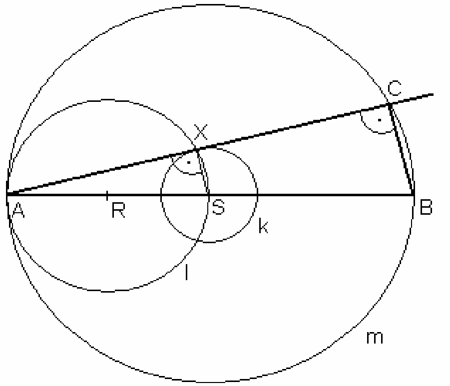
1. zostrojíme si 2 na seba kolmé priamky (**a**, **c**)
2. keďže vzdialenosť bodu od priamky je kolmica na túto priamku, v našom trojuholníku platí, že je to stredná priečka, čo je polovica strany (takže strana je $2.2 = 4\ cm$ dlhá)

3. zostrojíme body **A** a **B**, kde **A** je priesečník **a** a **c** a bod **B** patrí **a** a je vzdialený 4 cm od bodu **A**
4. zostrojíme kružnicu **k** (**B**, 17 cm)
5. priesečník priamky **c** a kružnice k si označíme **C**
6. dokončíme trojuholník **ABC**



Postup B:

1. zostrojíme si úsečku **AB** s dĺžkou 17 cm
2. nájdeme jej stred a označíme **S**
3. nájdeme stred úsečky **AS** a označíme **R**
4. zostrojíme kružnicu **k** (**S**, 2 cm)
5. zostrojíme kružnicu **l** (**R**, **|AR|**)
6. priesečník **k** a **l** označíme **X**
7. zostrojíme polpriamku **AX**
8. zostrojíme kružnicu **m** (**S**, **|AS|**)
9. priesečník **AX** a m označíme **C**
10. dokončíme trojuholník **ABC**



Pri postupe B ste využívali Tálesove kružnice, o ktorých vieme, že keď ich zostrojíme na prepone pravouhlého trojuholníka, vrchol pri pravom uhle bude určite ležať na kružnici.

Bodovanie: Keď nič nechýbalo, samozrejme 5 bodov, riešenia bez postupu boli za 2 body, ak boli správne, najčastejšie som strhávala za tieto chyby: ak niektorá zo strán bola dlhšia ako 17 cm, ak trojuholník nemal pravý uhol, ak vzdialenosť S od strany nebola 2 cm a najčastejšie, keď ste zostrojili dotyčnicu ku kružnici iba tak odoka (ale za to iba –0,5 bodu).

Príklad M3: Krabica. *Opravovala Kaťa Smolárová.*

Čísla, ktoré sa mohli nachádzať v krabici, môžme všeobecne rozdeliť na 4 kategórie podľa toho, aký majú zvyšok po delení 5 (zvyšky 1, 2, 3 a 4, keďže čísla deliteľné 5 v krabici neboli). Chceme, aby bol súčet dvoch čísel deliteľný 5. To platí v prípade, keď je súčet ich zvyškov 5, pretože to je to isté, ako keby mali zvyšok 0 (*5:5 má zvyšok 0*).Vidíme, že také dvojice zvyškov, ktoré v súčte dajú 5 sú dve: 1 a 4, 2 a 3 – od teraz ich budem volať iba dvojice. Z krabice vždy musíme vytiahnuť aspoň jednu takúto dvojicu. Ak teda máme v krabici 4 papieriky, tak to platí, pretože vždy vytiahneme 1 dvojicu a nejaký ďalší papierik. V krabici teda môžu byť 4 papieriky.
Čo ak by sme pridali ďalší papierik? V takom prípade by boli v krabici 2 dvojice a 1 papierik. Číslo na tomto papieriku môže tvoriť s ostanými jednu dvojicu (napr. 1, 4, 2, 3 a 3, kde 3 tvorí dvojicu s 2). V tomto prípade je tu možnosť, že vytiahneme 1 papierik z každej dvojice a spolu nám teda nedajú súčet deliteľný 5 (napr. 1, 3 a 3). Druhá možnosť je, že číslo na papieriku vytvorí s ostanými 2 dvojice. V tomto prípade museli byť v krabici pôvodne 2 rovnaké dvojice (napr. 1, 4, 1, 4) a doložený papierik vytvorí trojicu rovnakých čísel. Keďže žiadne rovnaké čísla netvoria dvojicu, je jasné, že táto trojica nebude vyhovovať podmienkam. Ešte je tu možnosť, že nevytvorí žiadnu dvojicu s ostatnými číslami, ale to už zvládate sami :-)

Bodovanie: Za správnu odpoveď 2 body, za nejaký konkrétny príklad čísel na papierikoch 1 bod a zvyšok za postup a komentár.

Príklad M4: Predavač džúsov. *Opravovala Lucia „Lia“ Schoberová.*

Tento príklad sa dal počítať viacerými spôsobmi, bolo iba na vás, aký si zvolíte. Všetko sa to odvíjalo od toho, ktorú osobnú spotrebu džúsov sme si zvolili za neznámu. Najjednoduchšie sa počítalo s manželkinou spotrebou. Tá bola nejaká, pár kusov džúsov. Predavačov syn potom mal spotrebu dvakrát pár džúsov a predavač štyrikrát pár džúsov. Zo zadania vieme vypočítať, koľko predavač s manželkou a synom vypijú za deň. *6 džúsov:2 dni = 3 džúsy/deň*, čo sa rovná súčtu rodinnej spotreby a teda *pár džúsov+dvakrát pár džúsov+štyrikrát pár džúsov = sedemkrát pár džúsov*.
Sedemkrát pár džúsov = 3, to znamená, že manželka vypije za deň 3/7 džúsu (teda pár džúsov je v skutočnosti menej ako jeden džús). Predavačov syn 6/7 a predavač s bratom rovnako po 12/7 džúsu (to vieme zo zadania). Teraz si uvedomíme, že títo ľudia vypijú za deň *3/7+6/7+12/7+12/7 = 33/7* džúsov. Takže 33 džúsov vypijú za 7 dní.

Bodovanie: 2 body za správny výsledok, -0,2 bodu ak bol desatinný. 3 body za výstižný postup, - 0,5 bodu, ak ste počítali bez brata a 1 bod ste dostali, ak ste prišli na výsledok 11 dní, čo vypili iba členovia rodiny bez brata, za nedostatočné vysvetlenie ste samozrejme tiež prichádzali o body.

Príklad M5: Kartová úloha. *Opravovala Emília „Kami“ Miťková.*

Zadanie úlohy je dosť dlhé a treba si ho poriadne prečítať. Takže pekne po poriadku: Karty boli na začiatku rozložené do štyroch radov po štyri a všetky boli lícom hore. Vykonalo sa niekoľko ťahov (ťah je zvolenie riadku/stĺpca a otočenie všetkých štyroch kariet) a na konci zostalo 6 kariet lícom nadol. Pýtame sa, KOĽKO je všetkých rôznych možností, ako mohli byť karty na konci rozložené. Napríklad skúšaním (ale samozrejme aj inak) sa dá objaviť 16 možností, ktoré nájdete na obrázku na nasledujúcej strane.
Tak, teraz by to ale chcelo dôkaz, že 16 je ozaj správne riešenie, že to nebude ani menej, ani viac. Menej to nie je, pretože znázornené možnosti sú všetky možné a sú rôzne. (Každú z možností vieme dostať napríklad tak, že otočíme práve jeden riadok a práve jeden stĺpec.) No a prečo to nie je viac? Niektorí ste na to prišli sami, niektorí ste si pomohli tabuľkou vo vzorovom riešení minulej série – pri tejto kartovej hre sa dá šesť kariet lícom dole dosiahnuť (ak nerátame zbytočne opakované ťahy) otočením práve jedného riadku a práve jedného stĺpca alebo otočením práve troch riadkov a práve troch stĺpcov. Počet možností ako si vybrať tieto riadky a stĺpce je spolu 32 a ak ich všetky vyskúšame, máme istotu, že sme na nič nezabudli. No a vyskúšaním sa dopracujeme k uvedeným 16-tim možnostiam, ako to na konci môže vyzerať.