

### Príklad M5: Pitiškvorku, tiškvorpitku, škvoropitku

opravovala Jana Nutelka Michalíková

Pre lepšiu orientáciu si označíme naše hracie pole takto: vodorovne a, b, c a zvisle 1, 2, 3. Teraz si zistíme, kam by mohol Miňo dať nasledujúci ťah, aby hneď neprehral. Sú to tieto možnosti: X na b3, O na a2=c2 (je to symetrické), O na a3=c3 a O na b3. A teraz sa pozrime, ako by v jednotlivých prípadoch hra pokračovala.

Miňo dal X na b3.

Lue ostávajú dve možnosti – O na a2/c2 alebo O na a3/c3. V prvom prípade by Miňo potom dal O na c2/a2 a vyhral by, v druhom prípade by bola vždy remíza. Takže Lua by si určite vybrala druhú možnosť a tak by nikto nemal zaručenú výhru.

Miňo dal O na b3.

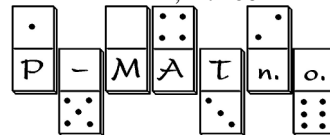
Lua má len jednu možnosť – O na a2/c2. Miňo dá potom na to druhé políčko buď X alebo O a Lua pri najbližšom ťahu, nech dá čokoľvek kdekoľvek, aj tak prehrá.

Takže sme našli víťaznú stratégiu pre Miňa ako má hrať, aby určite vyhral.

Ak by ste si rovnakým spôsobom vyskúšali ešte zvyšné dve možnosti, zistili by ste, že Lua by mohla hrať tak, aby zápas skončil remízou.

**Bodovanie:** Väčšina z vás si nepozorne prečítala zadanie a riešili ste potom iný, oveľa jednoduchší príklad. Za to ste mohli dostať maximálne 0,5 bodu, ak ste ten Váš príklad napísali aj so správnym odôvodnením. Ak tam bol len správny výsledok, tak ste dostali 0,1 bodu. Za riešenie správneho zadania ste dostávali body podľa toho, či ste našli stratégiu a či ste ju aj odôvodnili.

PIKOMAT 22. ročník



organizátor korešpondenčného seminára

Vzorové riešenia 1. série zimnej časti kategórie 5-6

šk. rok 2004/2005



podporuje odborný rast organizátorov seminára

### Príklad M1: Planétu ako každú inú... opravoval Grigorij Griša Mesežnikov

Najprv si uvedomíme, ktoré kombinácie rokov mohli byť priestupné v rozmedzí uvažovaných rokov 3096 až 3104 a potom si na vzniknutých 6-ich prípadoch ukážeme, aký deň bol v jednotlivých rokoch dátum 24.13. (Miňove narodeniny).

Prvá vec, ktorú si musíme najskôr uvedomiť, je ako sa „posúvajú dni“ na planéte Arvee. (pod pojmom „posúvanie dní“ si predstavujeme dej, keď sa z 1.1.2005 – stredy stáva 1.1.2006 štvrtok. Ako je to ale na planéte Arvee? Bežný rok má zo zadania 405 dní a týždeň má 7 dní.  $405 / 7 = 57$ , zv. 6. Vidíme, že zvyšok nám hovorí, o koľko dní sa „posúvajú dni“ dopredu. Na Arvee je to o 6 dní (alebo o 1 dozadu) Keďže sú priestupné roky každých 6 rokov, dostávame A: 3096, 3102 B: 3097, 3103 C: 3098, 3104 D: 3099 E: 3100 F: 3101

Podme si rozpracovať všetkých 6 situácií a uvidíme, kedy dostaneme 24.13.3104 sobotu. Vždy samozrejme začíname tak, že 24.13.3096 je sobota, lebo to je daný údaj.

	A			B	
Priest. rok	3096	Sobota	Priest. rok	3096	Sobota
	3097	Pon (3 dni)		3097	Sobota (+1)
	3098	Nedeľa		3098	Pon (+3)
	3099	Sobota		3099	Nedeľa
	3100	Piatok		3100	Sobota
	3101	Štvrtok		3101	Piatok
Priest. rok	3102	Štvrtok (+1)	Priest. rok	3102	Štvrtok
	3103	Sobota (+3)		3103	Štvrtok (+1)
	3104	Piatok		<b>3104</b>	<b>Sob (+3)</b>
	C			D	
	3096	Sobota		3096	Sobota
	3097	Piatok		3097	Piatok
Priest. rok	3098	Piatok (+1)	Priest. rok	3098	Štvrtok
	3099	Nedeľa (+3)		3099	Štvrtok (+1)
	3100	Sobota		3100	Sobota (+3)
	3101	Piatok		3101	Piatok
	3102	Štvrtok		3102	Štvrtok
	3103	Streda		3103	Streda
Priest. rok	3104	Streda (+1)		3104	Utorok
	E			F	
	3096	Sobota		3096	Sobota
	3097	Piatok		3097	Piatok
	3098	Štvrtok		3098	Štvrtok
	3099	Streda		3099	Streda
Priest. rok	3100	Streda (+1)	Priest. rok	3100	Utorok
	3101	Piatok (+3)		3101	Utorok (+1)
	3102	Štvrtok		3102	Štvrtok (+3)
	3103	Streda		3103	Streda
	3104	Utorok		3104	Utorok

Ďalšia dôležitá vec, ktorú si musíme uvedomiť je, že Miňo má narodeniny v 13. mesiaci. Ak je napríklad rok 3097 priestupný, tak to znamená, že v 12. mesiaci bol už deň navyše (28.12) a teda 24.13. nebude ako obvykle o deň menej v porovnaní s minulým rokom, ale bude to ten istý deň ako vlni. To sú tie značky (+1 deň) a (+3 dni). Z tabuliek pekne vidíme, že vyhovuje len jedna z ponúkaných 6 možností – a to priestupné roky 3097 a 3103, pretože vtedy dostávame 24.13.3104 sobotu.

**Najbližší priestupný rok na planéte Arvee bude v roku 3109.**

**Bodovanie:** 5 bodov za správne riešenie, keď ste sa zmýlili, tak menej. Každopádne, body som udeľoval aj tým, ktorí si všimli, že dni sa posúvajú o 1 dozadu. Komu vyšiel výsledok 3108, 1,5 bodu.

**Príklad M2: Ale nech je toho véééľa opravoval Peter Pepe Kóša**

Keďže delíme 15 tort medzi 18 detí, je tort (podľa mňa by to bolo tórt, ale Pravidlá slov. pravopisu si myslia dačo iné :) ) menej ako deti, čiže žiadne nedostane celú tortu. Podiel, ktorý dostane z jednej torty je vyjadrený ako  $15 / 18 (= 5 / 6)$ . Každá torta musí byť aspoň raz prerezaná. Keď je prerezaná práve raz, získame z nej dve  $1 / 2 (= 3 / 6)$ . Takto rozdelíme 9 ( $9 \cdot 2 = 18$ ) tort, aby sa všetým deťom ušla práve jedna  $1 / 2$ . Keďže na spravodlivé rozdelenie potrebujeme každému dieťaťu dať  $5 / 6$ , treba k tejto

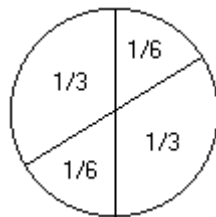
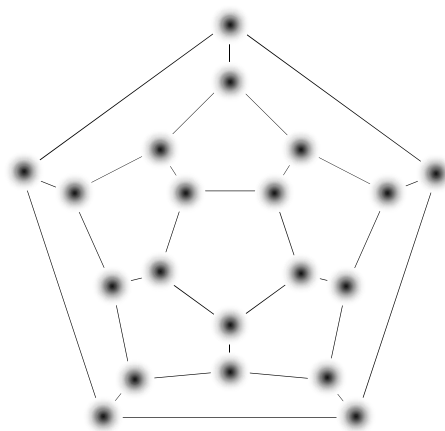
$1 / 2$  pridať ešte  $2 / 6 (1 / 3)$ . Väčšina z Vás písala v tomto bode rozdelenie tort troma stredovými alebo priamymi rezmí, pričom si neuvedomila, že nám bohaté stačí rozrezať ich podľa obrázku dvomi priamymi rezmí. Teraz dostávame dvanásť  $1 / 6$  častí a rovnako veľa  $1 / 3$ . Pre spravodlivé rozdelenie dáme 12 deťom časť veľkosti  $1 / 3$  a 6 deťom dve časti veľkosti  $1 / 6$  ( $2 \cdot 1 / 6 = 1 / 3$ ). Takto má každé dieťa práve  $5 / 6$ . Súčet použitých rezov je takto  $9 \cdot 1 + 6 \cdot 2 = 21$ .

**Bodovanie:** Pretože Vás dost málo prišlo na správne riešenie, boli hodnotené piatimi bodmi skoro všetky riešenia, obsahujúce správnu odpoveď. Za odpovede 27 a 30 rezov ste mohli dostať 1,5 bodu a za odpoveď 45 0,5. Za úplne neštandardné postupy to bolo o 0,5 viac/menej.

**Príklad M3: Symbol opravovala Kami Vyslocká**

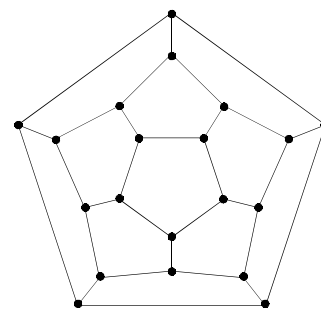
Pozrime si najprv otázku v zadaní: „Najmenej koľko farieb treba na to, aby susedné bodky neboli zafarbené rovnakou farbou?“ V symbole je spolu 20 svietiacich bodiek. Skúsime, koľko farieb by nám stačilo.

- Jedna farba.** Potom by všetky bodky boli rovnakej farby a teda aj susedné. To nevyhovuje. Jedna farba teda nestačí. Obrázok vpravo
- Dve farby.** Všimnime si akýkoľvek päťuholník v symbole a pozrime sa, ako by mohli byť vyfarbené bodky na jeho obvode. Najmenej tri musia byť rovnakej farby. (Premysli si to!) Teda

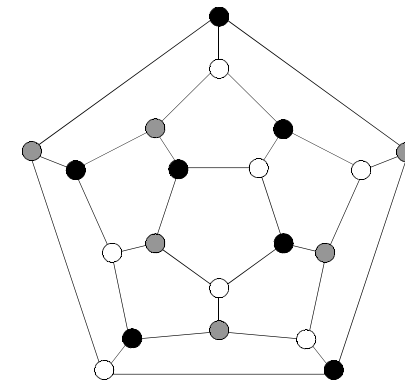


aspoň dve z nich budú susedné. A keďže susedné bodky rovnakej farby nevyhovujú nášmu zadaniu, tak ani dve farby nestačia. Obrázok vľavo.

- Tri farby.** Po pár skúšaníach môžeme nájsť napríklad takéto ofarbenie: (obrázok vpravo od toho vľavo =)



obrázok vľavo



obrázok vpravo

**Bodovanie:** Úlohou bolo zistiť, koľko najmenej farieb potrebujeme. Ak ste napísali (alebo aspoň nakreslili), že potrebujeme tri farby, získali ste 1 bod. Ak ste aj ukázali, že tri farby ozaj stačia, získali ste ďalšie 2 body. Zvyšné 2 body boli za vysvetlenie, prečo menej ako tri nestačí. Celkový počet bodov je uvedený v krúžku blízko ID.

**Príklad M4: Periem, perieš, perie opravovala Lucka Ambrošová**

Ak 1,5 pernatky znesie za 1,5 dňa 1,5 vajca, potom 9 pernatiek znesie za rovnaký čas spolu 9 vajec, pretože pernatky znášajú vajcia rovnakou rýchlosťou. Ak 9 pernatiek znesie 9 vajec za 1,5 dňa, potom za 9 dní (čo je šesťkrát viac ako 1,5 dňa), znesú spolu šesťkrát viac, čiže 54 vajec.

Väčšina chýb, ktoré ste spravili bolo spôsobených tým, že ste si neuvedomili, že ak 1,5 pernatky znesie za 1,5 dňa 1,5 vajca, potom 1 pernatka znesie 1 vajce za 1,5 dňa. Ak by totiž 1 pernatka zniesla 1 vajce za 1 deň, ako ste vy nesprávne odvodili, potom by táto 1 pernatka za 1,5 dňa zniesla 1,5 vajca, čo je v rozpore so zadaním.

Ak ste už spravili túto chybu, potom ste sa rozdelili na dve skupiny:

- skupina si povedala, že ak platí, že 1,5 pernatky znesie za 1,5 dňa 1,5 vajca, a zároveň 1 pernatka znesie za 1 deň 1 vajce, tak potom platí aj že 9 pernatiek znesie za 9 dní 9 vajec. (1 až 2 body)
- skupina už po tomto omyle pokračovala správne. Ak vychádzame z predpokladu, že 1 pernatka znesie za 1 deň 1 vajce, tak 9 pernatiek znesie za 1 deň spolu 9 vajec. Potom 9 pernatiek znesie za 9 dní 81 vajec. (2 až 3 body)

**Bodovanie:** Za správne riešenie bolo maximum 5 bodov, ale za nedostatočný popis a odôvodnenie riešenia som, prirodzene, strhávala body. Riešenia, ktoré obsahovali len správnu odpoveď bez akéhokoľvek popisu, boli ohodnotené 1 bodom.