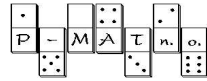


Riešenia príkladov 2. série nám pošli najneskôr
8. novembra 2004 (rozhodujúca je pečiatka
pošty), na adresu:

Pikommat 5 - 6, P-MAT, n. o.
P. O. Box 2, 814 99 Bratislava 1

Tešíme sa na Tvoje riešenia ☺



organizátor korešpondenčného
seminára Pikomat



podporuje odborný rast
organizátorov seminára

PIKOMAT na internete

www.p-mat.sk/pikommat

Aktuálne: Zadania // Vzorové riešenia // Výsledkové listiny

V prípade, že sa nás chceš niečo opýtať, napíš nám e-mail na adresu: pikommat@p-mat.sk

Rady tatka Pikomatka

Rada prvá: Nezabudni napísať celý svoj postup aj s vysvetlením...

Rada druhá: Pokús sa nájsť všetky riešenia - vyriešiť úlohu neznamená objaviť jedno riešenie!



Rada tretia: Ak si myslíš, že úloha nemá riešenie, pokús sa aj vysvetliť, prečo ho nemá.

Rada štvrtá: Ak ideš skúšať všetky možnosti, nájdi si nejaký systém, aby sa ti nestalo, že polovicu možností zabudneš vyskúšať... Nezabudni nám o svojom systéme aj napísať :)

Rada piata: Neprepadaj panike! Pošli nám aspoň to, čo už máš, prípadne sa k tomu vráť neskôr, možno to pôjde lepšie...



PIKOMAT

Zadania 2. série, kategória 5 - 6

Prázdniny na Arvee - diel druhý

Miňa a Luu sme naposledy nechali sladko zaspáť po ťažkom dni, počas ktorého sa stihli stratiť na výlete v okolí jazera Tanaka. Teraz ich sledujeme, ako rýchlo vstávajú a balia svoje veci. Celý tábor, nesúci sa v duchu hesla „Dôkladne poznaj svoju planétu!“ sa pomaly chystá presunúť od jazera Tanaka k ďalšej zvláštnosti planéty Arvee, mestu Uonk. Spokojní Uončania, žijúci z cestovného ruchu, ich poslali rovno k najväčšej záhode mesta, ku Geniálnej studni.

Do Geniálnej studne sa hádžu kamene a ona funguje skoro ako kalkulačka. Pri studni leží veľa sivých a veľa bielych kameňov a na hladine vody sa trblietalo číslo jedna. Ako sa deti nakláňali nad studňu, sprievodca im vysvetľoval, ako to celé funguje.

Príklad M1: Geniálna studňa

„Do studne hodíme niekoľko sivých kameňov a potom jeden biely. Nová hodnota na hladine bude presne toľkokrát väčšia ako pôvodná, koľko sivých kameňov sme tam vhodili. Príklad: na hladine svieti číslo 1, vhodíme 5 sivých kameňov a jeden biely, na hladine sa objaví číslo 5 ($5 = 1 \cdot 5$), teda číslo 5-krát väčšie ako pôvodné číslo 1. Keby sme teraz hodili ešte 2 sivé kamene a jeden biely, na hladine by sa ukázalo číslo 10 ($10 = 5 \cdot 2$). Možno si lámate hlavu nad tým, na čo sú tie biele kamene. No predsa, aby studňa vedela, že má ukázať výsledok.“ Na hladine studne svieti číslo 1. Najmenej koľko sivých kameňov potrebujeme na to, aby na hladine svietilo číslo aspoň 100? (Na počte bielych kameňov nezáleží.) Napíš presný postup hádzania a pokús sa vysvetliť, prečo to nepôjde s menším počtom!



Deti sa ešte hodnú chvíľu bavili hádzaním kameňov do studne. Keďže však nechceli dopadnúť ako pri škvoropitkách (keď sa hrali celú noc, a potom sa na druhý deň stratili), pobrali sa rýchlo za svojou skupinkou, ktorá medzitým od studne odišla. V meste Uonk videli kopu ďalších zaujímavostí, napríklad dom, ktorý síce nemal nožičky, ale zato mal spievajúcu strechu; cestu, ktorá každý deň viedla do inej časti mesta a začarovaného deduška. Vlastne on ani nebol veľmi

začarovaný, bol len veľmi starý a veľmi bohatý, takže mal každý pocit, že musí byť začarovaný. Mal 122 rokov a vlastnil 122 domov a 122 polí, 122 kráv a 122 koní, 122 sliepok a 122 husí. A dal im takúto hádanku:

Príklad M2: Majetný deduško

„Sedel som si tak jedného dňa na slniečku a premýšľal nad svojím majetkom. Tak som si dookola písal číslo 122 stále za sebou (teda 122122122122...). Vo chvíli, keď som došiel k 99-cifernému číslu, na mňa zavolala moja praprapravnúčka, že sa s ňou mám ísť hrať. Tak som v písaní prestal.“ Koľkokrát počas deduškovho písania bolo číslo, ktoré bolo práve napísané na papieri, deliteľné siedmimi (na papieri bolo najprv napísané číslo 1, potom číslo 12, číslo 122, číslo 1221,...)?



1221
12212

Potom im deduško vysvetlil, akú hru sa so svojou praprapravnúčkou vtedy hral. Bola to ich obľúbená hra a hrávali ju veľmi často. Volala sa Kruštvara a hrala sa vo dvojici, najlepšie na tabuli. To bolo čosi pre Miňa a Lua! Okamžite si požičali kriedu a začali hrať. Samozrejme na tábor okamžite zabudli a hrali sa a hrali...

Príklad M3: Kruštvara



Na začiatku bolo na tabuli nakreslených niekoľko štvorcov a niekoľko kruhov. Každý hráč v jednom ťahu zotrie ľubovoľné dva útvary a prikreslí na tabuľu jeden útvar podľa týchto pravidiel: dva rovnaké útvary (2 štvorce alebo 2 kruhy) sa nahradia jedným štvorcem a dva rôzne útvary (1 kruh a 1 štvorec) sa nahradia jedným kruhom. Hra končí, ak je na tabuli nakreslený už len jeden jediný útvar. Ak je to kruh, vyhráva Lua, a ak je to štvorec, vyhráva Miňo. Vedeli by ste povedať, kto vyhrá, ak na tabuli bolo na začiatku nakreslených 15 štvorcov a 14 kruhov? Záleží to od toho, kto v hre začína?

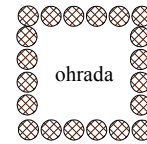
Lua už mala na konte 42 výhier a 38 prehier, keď ich deduško upozornil na to, že sa stmieva, a že by mali ísť domov. V tej chvíli si naši kamaráti uvedomili, že sa im opäť podarilo stratiť. Tentoraz sa však stratili nadobro, pretože v meste po ostatných deťoch už nebolo ani pamiatky a ani Miňo ani Lua nevedeli kam ísť. A čo bolo horšie, naozaj netušili, kde v noci prespia. Miňo sa však ťažkosť nezľakol a zavelil: „Ide sa preč, urobíme si výlet na vlastnú päsť a nejako sa to už len spraví!“ Lua súhlasila, nezdalo sa jej totiž, že by mala na výber. Deti teda opustili Uonk a zamierili presne opačným smerom, než ktorým ráno do mesta prišli.



Asi po pol hodine deti prišli na farmu. V jej okolí sa voľne páslo stádo pásavičiek pruhovaných. Pásavičky trochu pripomínali naše zebry, trochu kravy a trochu

pavúky. Boli totiž pásikavé, mali osem nôh a dávali mlieko. Farmár sa práve vracal od stáda a keď mu deti vysvetlili, prečo sa stratili od ostatných, ochotne ich privítal. Prezradil im, že neďaleko je malý zámoček, v ktorom zvyknú bývať turisti, takže ich tábor sa tam určite ubytoval na noc. Teraz už bolo na cestu neskoro, farmár im však sľúbil, že ich hneď ráno odvedie do zámočka. „A navyše, aspoň mi pomôžete vymyslieť ohrady pre moje pásavičky.“ povedal im.

Príklad M4: Pásavičkové ohradky



ohrada

Farmár zistil, že má v kôlni presne toľko kolov, aby ohradil jeden väčší pozemok štvorcového tvaru. Stačilo by mu to však aj na ohradenie dvoch menších susediacich štvorcových pozemkov alebo aj troch ešte menších susediacich štvorcových pozemkov. Koly sú rovnako široké a umiestňujeme ich vždy rovnako ďaleko od seba. Koly musia byť aj v každom rohu. Pozemky susedia vždy jednou celou stranou (pozri obrázok). Najmenej koľko kolov môže mať farmár v kôlni?



2 susediace štvorcové pozemky

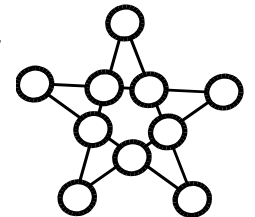


3 susediace štvorcové pozemky

Ráno sa deti zobudili do pekného dňa a obavy, ako dohnať tábor, už neboli také hrozné. Farmár ich nasadil na voz, ťahaný plakoníkmi (niečo podobné našim koňom, ibaže sa to ešte aj plazí a dokáže to plávať) a odviezol ich na zámok, kde našli zvyšok tábora. Tentokrát im ich zablúdenie neprešlo len tak ľahko. Vedúci sa na nich veľmi hneval a len vďaka dlhému pohovoru s nimi dvoma a s ich rodičmi sa nakoniec rozhodol neposlať ich domov. Vlastne ich zachránila ešte jedna vec. Malá Tinka sa pokúšala vyriešiť hlavolam a stále jej to nešlo, až sa z toho rozplakala. Keď ju Lua takú uplakanú uvidela, vrhla sa jej na pomoc.

Príklad M5: Trestná úloha

Rozmiestnite do vrcholov 5-cípej hviezdy a do priesečníkov jej hrán čísla od 1 do 10 (do každého krúžku práve jedno číslo a každé číslo môžete použiť len raz). Súčet čísel v krúžkoch na každej z piatich hrán musí byť rovnaký (na každej hrane sú 4 krúžky). Lua porozmýšľala a povedala: „Čísla 1 a 2 musia byť v cípoch hviezdy, ktoré sú vedľa seba.“ Miňo sa nechcel nechať zahanbiť a tak povedal: „Súčet musí byť 24.“ Zistite, či mal niekto z nich pravdu, prípadne opravte nepravdivé výroky. Zdôvodnite správne znenie výpovedí. (Výsledné rozmiestnenie čísel kresliť nemusíte.)



Spolu sa im úlohu napokon podarilo vyriešiť a Tinka len tak žiarila šťastím. Vedúci to všetko videl a hneď začal vyzerat' veselšie. Dokonca ich všetkých zobral na neplánovanú exkurziu do továrne na výrobu chodiacich hodínok. Miňo a Lua sa pre istotu držali v strede a tentoraz nehrali nijakú hru, aby sa opäť nestratili...