Príklad M6: Blízke stretnutie tretieho druhu *opravoval Ľubor Illek*

Na začiatok si ujasnime, čo sa pokladá za jednu otázku, keďže toto zo zadania nebolo celkom zrejmé: jednou otázkou je taká opytovacia veta, na ktorú sa odpovedá jedna skutočnosť.

Pýtať sa v tomto príklade môžeme na čokoľvek, teda nielen také otázky na ktoré je odpoveď áno/nie. Otázka je vždy položená naraz obom deťom a keďže sú slušne vychované, obidve na ňu vždy odpovedia celou vetou (klamanie je v tejto zvláštnej osade súčasťou slušnej výchovy).

Čiže napríklad veta „Koľko je hodín a aký je dnes deň?“ sú dve otázky, lebo sa ňou pýtame na dve odlišné skutočnosti. Alebo položením jednej otázky „Koľko je hodín?“ dostaneme dve odpovede - dozvieme sa presný čas od dieťaťa, ktoré hovorí pravdu, a dieťa ktoré klame, nám povie ľubovoľný iný (nepravdivý) časový údaj. Samozrejme, ak je náhodou nedeľa, dozvieme sa na každú otázku dve rovnaké pravdivé odpovede.

A teraz už samotný postup pýtania sa:

1) Ako prvú položíme otázku: „Je dnes štvrtok?“

Ak obidve deti odpovedia „Nie, dnes nie je štvrtok!“ - pokračujeme bodom 2). Ak jedno dieťa odpovie „Áno, dnes je štvrtok!“ a druhé „Nie, dnes nie je štvrtok!“ - pokračujeme bodom 3). Prípad, kedy by obe deti povedali „Áno, dnes je štvrtok!“ nemôže nastať, lebo podľa zadania štvrtok nie je a v každý deň aspoň jedno dieťa hovorí pravdu.

2) Obidve deti povedali „Nie!“ a vieme že obidve hovoria pravdu (lebo taký deň kedy by obidve klamali nie je), a teda je nedeľa. Položením druhej otázky: „Z akého rodu ste?“ sa od obidvoch detí dozvieme pravdivé odpovede. Tým je úloha vyriešená.

3) Deti odpovedali opačne - vieme že to, ktoré odpovedalo „Nie, dnes nie je štvrtok!“ hovorí pravdu pretože podľa zadania štvrtok nie je (toto dieťa nazývajme odteraz *pravdovravné*).

Položme teda druhú otázku: „Aký je dnes deň?“ Počúvajme čo odpovie pravdovravné dieťa:

- „Dnes je pondelok!“ - vieme, že skutočne je pondelok, a pravdovravné dieťa je z Konečného rodu, druhé dieťa je teda z rodu Začiatočného (lebo sú podľa zadania z rôznych rodov). Tým je úloha vyriešená.
- „Dnes je utorok!“ - je utorok, pravdovravné dieťa je z Konečného rodu a druhé dieťa zo Začiatočného.
- „Dnes je streda!“ - je streda, pravdovravné dieťa je z Konečného rodu a druhé dieťa zo Začiatočného.
- „Dnes je piatok!“ - je piatok, pravdovravné dieťa je zo Začiatočného rodu a druhé dieťa z Konečného.
- „Dnes je sobota!“ - je sobota, pravdovravné dieťa je zo Začiatočného rodu a druhé dieťa z Konečného.
- „Dnes je štvrtok!“ alebo „Dnes je nedeľa!“ dieťa povedať nemôže, pretože tieto dni sme už skôr vylúčili (a pravdovravné dieťa neklame).

Tým je úloha vyriešená. Vidíme, že vždy nám na zistenie celej odpovede stačili 2 otázky. Takýto výsledok sa samozrejme dá dosiahnuť aj inými dvojicami otázok.

Bodovanie: správne určenie dátumu aj rodov pre všetky možnosti odpovedí detí na 2 otázky = 5 bodov, správne riešenie na max. 3 otázky = 4 body, správne riešenie na viac ako 3 otázky = 3 body, opomenutie niektorých možností (napr. zabudnutá nedeľa) = podľa závažnosti strhnuté do 1,5 bodu, ak niekto popísal iba myšlienku riešenia a nerozobral konkrétne možnosti (napr. riešenie typu „spýtame sa otázku „Ako sa volá Tvoja dedina?“ a tým vieme kto má pravdu“) = maximálne 3 body, neurčenie rodu detí = strhnutý 1 bod, ak niekto zisťoval odpovede aj na otázky ktoré neboli v zadaní úlohy - tieto otázky sme nezahŕňali do celkového počtu otázok, ale bolo mu strhnuté 0,5 bodu, ak niekto položil tú istú otázku najprv jednému a hneď potom druhému dieťaťu, bolo mu to počítané ako 1 otázka.

PIKOMAT ,21. ročník šk. rok 2003/2004

organizátor korešpondenčného seminára podporuje odborný rast organizátorov seminára

Vzorové riešenia 1. série zimnej časti kategórie 5-6

Príklad M1: – **Delenie koristi** opravoval *Peter Fillo*

Začnem tak, že si zmenším počet kamienkov. To znamená, že začnem s jedným a postupne budem počet kamienkov zväčšovať. Toto je počet kamienkov pred súperovým ťahom.

1: Zoberie ho súper a som prehral. **2:** Zoberie ho súper a som prehral.

3: Keďže tri súper zobrať nemôže, musí zobrať jeden alebo dva kamene a ja zoberiem zvyšok. Takže som vyhral. **4:** Zoberie ho súper a som prehral.

5: Ak by súper zobral 4, ostal by mi 1 kameň, ktorý by som zobral ja a vyhral by som, ale predpokladám, že súper je múdrejší, a tak by zobral iba 2 kamene a mne by ostali 3, takže ja by som prehral .

6: Ak súper zoberie 1 kameň, ostane mi 5. Ja zoberiem 2 a ostanú mu 3 kamene. Takže som vyhral.
Ak súper zoberie 2 kamene, ostanú mi 4, čo zoberiem a vyhral som.
Ak súper zoberie 4 kamene, ostanú mi 2, čo zoberiem a vyhral som.

Zistil som, že ak súperovi ostane tri alebo šesť kameňov, tak prehral. (za postup ako si na to prišiel 2 body). Takto môžem pokračovať až k pätnástim kameňom. A zistím, že na to, aby som vyhral musí začínať súper (teda ja budem ťahať druhý). (1bod) Vždy keď bude súper na ťahu musí ťahať z: 15,12,9,6,3 kamienkov(násobky trojky). A určite vyhrám. (1 bod) A musím ťahať podľa nasledujúceho pravidla.

Ak súper zoberie:	1k	ja:	2k
	2k	ja:	1k alebo 4k
	4k	ja:	2k

tak, aby súčet mojich a súperových kameňov za jeden ťah bol 3 alebo 6.(1 bod). Ak z pätnástich kamienkov vždy na jeden ťah zoberiem so spoluhráčom tri alebo šesť, tak určite vyhrá ten, kto začal ťahať ako druhý.

Bodovanie: Je uvedené v texte vyššie.

Príklad M2: Nikdy si neber cukríky od cudzích ľudí! *opravovala Anička Hanulová*

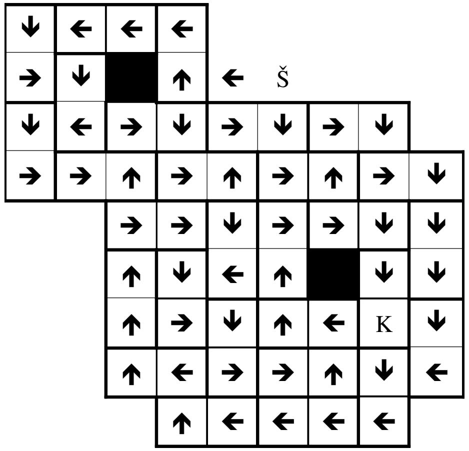
Nuž, najprv by sa mala presvedčiť, či sa na danom plániku vôbec dá urobiť taká cestička, aby išla cez každé políčko. Samozrejme, že sa dá, jedna je na obrázku 1.

(Šípky určujú smer, ktorým cestička pokračuje z daného políčka, dominové kamene sú ohraničené hrubou čiarou. Š označuje políčko, kde cestička začína. Na políčku s nápisom K končí.)

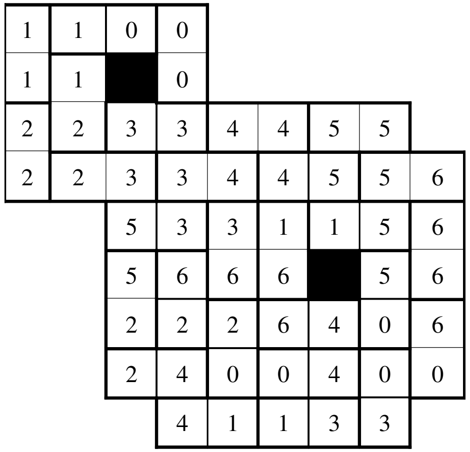
Potom by sa Viktorka mohla presvedčiť, či sa dominové kamene dajú zoradiť tak, aby sa dva kamene vždy dotýkali polovicou s rovnakým počtom bodiek. Aj to sa dá:

0/0 – 0/1 - 1/1 – 1/2 - 2/2 – 2/3 – 3/3 – 3/4 – 4/4 – 4/5 – 5/5 – 5/6 – 6/6 – 6/0 – 0/3 – 3/1 – 1/4 - 4/2 – 2/5 – 5/3 – 3/6 – 6/2 – 2/0 – 0/4 – 4/6 – 6/1 – 1/5 – 5/0

(Číslo určuje počet bodiek na danej polovici dominového kameňa, / nahrádza čiaru v strede dominového kameňa.)



obrázok 1



obrázok 2

Teraz už stačí poukladať dominové kamene v takomto poradí na cestičku, ktorú sme si na začiatku našli, viď obrázok 2. Možných cestičiek aj poradí dominových kameňov je viacero.

Bodovanie: uložené dominové kamene v plániku.....max. 4b, postup – skúšanie ... 0,5b, vylepšenie postupu – overenie, či existuje cestička alebo či sa dajú zoradiť, dominové kamene ... max. 0,5b

Príklad M3: Pažravé dievčatko *opravovala Myška Nemcová*

Povrch, ktorý by Viki obliala na celom koláčiku, je: 2.(5.4)+2.(5.3)+2.(3.4)=94 plôch

Keďže nebolo dané, či sa koláč môže dotýkať aj hranami, alebo nie, vznikli mám dve možnosti riešenia:

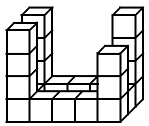
a) Ak sa musia dotýkať stenami, teda celý koláčik musí držať pokope.

Jedna kocka má 6 stien, každá ďalšia ktorú k nej pripojíme, skryje z celého povrchu najmenej 2 plôšky, tá ktorou ju prilepíme, a tá na ktorú ju prilepíme. Aby sme stratili vždy čo najmenej povrchu, budeme kocky prilepovať tak, aby sa výsledného koláčika stratilo čo najmenej povrchu. Ak x= počet použitých koláčikov výsledný povrch teda bude: 6+4.ostatné kocky (x-1)=94

4.(x-1)=88

x-1=22

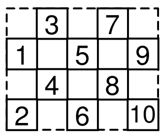
x=23



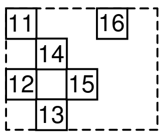
Viki teda môže zjesť najviac 60-23=37 koláčikov a výsledný koláčik môže vyzerať napríklad ako ten vpravo.

b) Ak by nemusel byť koláčik v kuse tak potom využijeme všetkých 6 plôšok na každej kocke 94:6=15 zv. 4 teda najmenej 16 kociek pri čom musíme ešte niekde stratiť 2 plôšky teda dve kocky musia byt spojene. Viki môže teda zjesť 44 koláčikov a výsledný koláčik môže vyzerať napríklad ako ten vpravo.

1. poschodie



2. poschodie



Bodovanie: obrázok 1b, postup 3b, zdôvodnenie 1b

Príklad M4: Drobný pokus o útek *opravovala Kami Vyslocká*

Jedno z elegantných riešení je takéto: Po pozornom prečítaní zadania úlohy si uvedomíme, že v každom stĺpci, ako aj v každom riadku, bude zakrúžkované práve jedno číslo. Teraz si prepíšeme čísla v tabuľke ako súčty:

1+0	2+0	3+0	4+0
1+4	2+4	3+4	4+4
1+8	2+8	3+8	4+8
1+12	2+12	3+12	4+12

Vzhľadom na riadky,(pozri sa na jednotlivé riadky!), budú zakrúžkované políčka: ?+0, ?+4, ?+8, ? +12. A aby platilo, že v každom stĺpci je zakrúžkované práve jedno číslo, tieto štyri otázniky musia byť čísla 1, 2, 3 a 4. (Každé práve raz, ak tomu neveríš pozri sa na jednotlivé stĺpce tabuľky!) Teda celkový súčet zakrúžkovaných čísel bude 0+4+8+12+1+2+3+4 = 34.

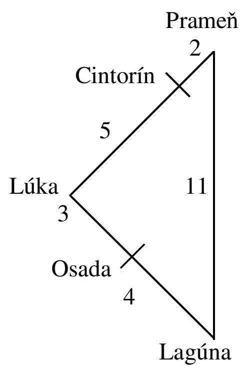
Bodovanie: Ak ste si všimli nejaký vzťah medzi číslami v tabuľke, dostali ste 1-1,6 bodu, 4,6-5 bodov mali tí, ktorí to aj dostatočne zdôvodnili. Pre tých, ktorí za dôvod považovali súčet na diagonálach, zasielam príklad: Zakrúžkujte si napríklad 3, 5, 12 a 14. Vyhovuje zadaniu, že? A kde je tam uhlopriečka? ☺

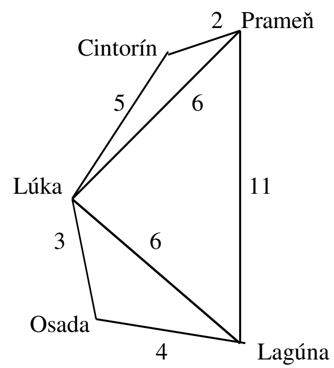
Príklad M5: Mapu ostrova *opravoval Ferino Duračinský*

Obrázok pri zadaní bol iba náčrt, aby ste si to vedeli približne predstaviť. Pod pojmom presná mapa bolo myslené, že existuje iba jedno jediné riešenie tohto príkladu. Takisto sme predpokladali, že cesty budú len v tvare úsečiek. Na obrázku bol znázornený päťuholník, ktorý sa skladal z troch trojuholníkov. To bola jedna možnosť riešenia príkladu. Ďalšia bola, že body Lúka, Cintorín, Prameň a takisto aj body Lúka, Osada a Lagúna môžu ležať na priamke. Takže budeme vychádzať z trojuholníkovej nerovnosti(súčet hociktorých dvoch strán je vždy väčší ako tretia strana), ale si ju trošku upravíme. Teda vzdialenosť Lúka – Prameň $\leq$ 5 + 2. A takisto Lúka – Lagúna $\leq$ 3 + 4. A vzdialenosť Lúka – Prameň + Lúka – Lagúna $\geq$ 11. Teda pre vzdialenosť Lúka – Prameň vyhovujú celé čísla : 7,6,5,4. Menšie už nie, lebo by neplatila trojuholníková nerovnosť. A pre Lúka – Lagúna : 7,6,5,4,3,2. Zostavíme si tabuľku tak aby súčet bol minimálne 11.

Lúka - Prameň	7	7	7	7	6	6	6	5	5	4
Lúka - Lagúna	7	6	5	4	7	6	5	7	6	7

Pre menšie vzdialenosti Lúka – Lagúna, nebude súčet vzdialeností 11.





Bodovanie: Za správny obrázok a správne určenie vzdialeností 0 - 3b, za postup 0 – 2b.