

organizátor korešpondenčného seminára



podporuje odborný rast organizátorov seminára

Vzorové riešenia 2. série zimnej časti kategórie 5-6

Príklad M1: Lov slonov opravovala Dáša Horáková

Začnem otázkou, ktorá bola v zadaní: *Koľko slonov nemohol uloviť ani jeden lovec a prečo?* Majme ju na pamäti a poďme riešiť úlohu. Lovcov bolo 12, možných počtov ulovených slonov bolo 13 (2 slony, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 alebo 14 slonov). Každý lovec ulovil iný počet slonov ako zvyšní, jeden z možných počtov slonov teda ostane nepoužitý. Musíme len prísť na to ktorý, a či to bude vždy ten istý. Väčšina z vás objavila rozdelenie do dvoch skupín, keď nepoužijeme číslo 2. Dalo sa to napríklad takto: v jednej skupine ulovili 3, 4, 5 a 6 slonov, v druhej ulovili 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 a 14 slonov. (Skupiny nemuseli byť rovnako početné, o tom sa nikde v zadaní úlohy nehovorilo.) Avšak v tejto chvíli bolo treba prestať a hľadať ďalej, či neexistuje aj iná možnosť, teda, či naozaj jediná možnosť je tá, keď žiaden lovec neulovil práve dva slony. Možno sa vám to nepodarilo hneď na prvý krát, ale kto nestratil trpezlivosť, tak zistil, že existuje aj iná možnosť a dokonca nie jediná. Lovci mohli neuloviť aj troch slonov – možné rozdelenie: jedna skupina 2, 4, 5, 13, 14 a druhá skupina 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 slonov, lovci mohli neuloviť aj päť slonov: jedna skupina 2, 3, 4, 13, 14 a druhá skupina 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 slonov. Aká bola otázka, na ktorú máme odpovedať? *Koľko slonov nemohol uloviť ani jeden lovec a prečo?* Vieme povedať jedno číslo = počet slonov, ktoré nemohol uloviť žiaden z lovcov? Nie. Veď sme predsa objavili rôzne riešenia, pri ktorých je vždy iný počet slonov, ktoré nikto neulovil. Všetky počty od 2 až po 14 mohli byť ulovené! Dávajte dobrý pozor na to, čo vlastne v úlohe treba zistiť, lebo mnohokrát vám to ušetrí zbytočnú prácu, či práve naopak, napoviem vám, že ešte nemožno prestať, že úloha ešte nie je úplne rozlúsknutá.

Bodovanie: Ak sa vám nepodarilo nájsť žiadne vyhovujúce rozdelenie, mohli ste získať maximálne 1 bod. Za odpoveď, že nikto nemohol uloviť dva slony aj s uvedením rozdelenia lovcov do skupín 2,5 bodu – 3 body. No a za úplne správne riešenie, že všetky počty slonov mohli byť ulovené, samozrejme aj s vysvetlením 5 bodov.

Príklad M2: Slnko a jeho bratov opravovala Kami Vyslocká

Červené slnko vyšlo na oblohu prvýkrát pri stvorení sveta a potom vychádzalo každých 5 dní. Teda vyšlo v tieto dni: 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100, 105, 110, 115, 120, 125, 130, 135, 140, Podobne vieme zistiť, že žlté slnko vyšlo v dni: 0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96, 104, 112, 120, 128, 136, 144, ... a fialové slnko vyšlo na oblohu v dni: 0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, 144, ...

Vidíme, že po stvorení sveta vyšli slnká naraz na oblohu v 120-ty deň. (skôr nie, stačí si pozrieť dni, kedy slnká vychádzali) Ak by sme ďalej hľadali čísla, ktoré sú deliteľné aj 5 (východ červeného slnka), aj 8 (východ žltého slnka) a aj 12 (východ fialového slnka),

dostali by sme 240, 360, 480, ... 2640. (Že je to naozaj tak, o tom sa presvedčí sám/sama. Tiež sa môžeš zamyslieť, prečo sú to násobky čísla 120.) Teda by sme dostali (aj s dňom stvorenia) 23 dní, kedy všetky tri slnka vyšli naraz.

Bodovanie: Za nejasnosti vo vysvetlení okolo $-0,5 b$, ak ste zabudli na východ slnka pri stvorení sveta $-0,5 b$. Riešenia so zlými počiatočnými údajmi boli hodnotené okolo 2,5 b. A ešte zamyslenie na záver.... Mohol starec zhodiť červené slnko a fialové slnko v 2700. deň po stvorení sveta? Boli vtedy vôbec na oblohe?

Príklad M3: Záhradu bohov opravovala Janka Nutelka Michalíková

Táto úloha sa dala riešiť viacerými spôsobmi, čoho dôkazom je aj rôznorodosť vašich riešení. Najjednoduchšie je to asi takto: na začiatok si zistíte, ktorý chrám je spojený s kolíkmi ďalšími a kde by teda mohol byť umiestnený. Takto budete mať jednoznačne určené chrámy Eikónen a Fahvadúr. Na základe E viete určiť aj to, kde bude Hédovaine, keďže je tam jediná prístupová cestička. Potom medzi H a F musí byť Imáculéz a potom napravo od H Gonomatopoiem. Keďže k Dyadénii musia viesť dve cestičky a k Betarnoi tri cestičky a obe susedia s G, vieme určiť aj ich polohu. Ich spoločným susedom je aj Asúrvásan, takže aj ten už môžeme zapísať. A nebude žiaden problém dopísať Jádeluin a Celesteian napríklad na základe tretej cesty bohov. Úloha má len jedno riešenie.

Bodovanie: Za správne pomenovanie chrámov ste dostali 2 body, za dostatočný slovný komentár ďalšie 3 body. Za nejaké nedostatky som strhávala desiatinky, za väčšie nedostatky aj body.

Príklad M4: Čo je drahšie? opravovala Myška Němcová

Malému sa páči diamant za 10 p.m. tento je lacnejší z najdrahších v každom riadku. Je jedno kde bude tento diamant umiestnený. Znázorníme si situáciu napríklad takto:

x	y	10	←Malého diamant
a	b	c	

Teraz ide hľadať Veľký:

Ak sa mu bude páčiť **x** a **y** tak to bude menej ako Malého, lebo 10 je v tomto stĺpci najviac, teda $x < 10$, $y < 10$.

Ak sa mu bude páčiť **c**, tak to len v prípade, že v stĺpci je to $c < 10$, lebo inak by sa Veľkému nepáčil - vyberá si menší so stĺpca, teda to bude menej ako Malého.

Ak sa mu bude páčiť **a** a **b**, tak to len v prípade, že $a < x$, resp. $b < y$, lebo Veľký si vyberá menší so stĺpca. Ale $x < 10$, resp. $y < 10$, teda $a < 10$, $b < 10$, teda to bude menej ako má Malý.

Alebo sa mu bude páčiť to isté čo malému, v prípade, že $10 < c$, bude to teda rovnako ako má Malý.

Žiadna iná možnosť už neexistuje, preto sa Veľkému nikdy nemôže páčiť drahší diamant ako Malému.

Bodovanie: Za riešenie 1,5 b, za postup 1 b, za zdôvodnenie 2,5 b.

Príklad M5: Ryžové polia opravoval Michal Kesy Kesely

Označme si dĺžku DE (a tým pádom aj AB) ako x , dĺžku EF (BC) ako y a strany obdĺžnika AF a CD nech majú dĺžku z . Využime vzorec pre výpočet obsahu trojuholníka $S=1/2.a.v_a$.

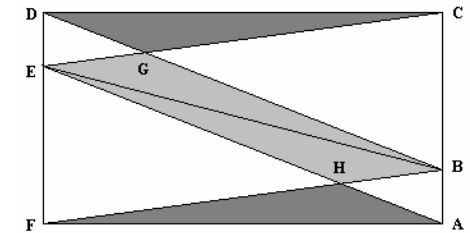
potom platí $S_{FBD}=1/2.(x+y).z$, tiež $S_{AFE}=1/2.y.z$ a nakoniec $S_{CDE}=1/2.x.z$. Sčítajme obsahy S_{AFE} a S_{CDE} : $S_{AFE} + S_{CDE} = x.z/2 + y.z/2 =$

$= z.(x + y)/2 = S_{FBD}$. Potom však musí platiť

$S_{AFE} + S_{CDE} - S_{DEG} - S_{EFH} = S_{FBD} - S_{DEG} - S_{EFH}$,

z čoho už priamo vyplýva $S_{BHEG} = S_{CDG} + S_{HAF}$,

čo znamená, že Sesekove políčka sú dokopy tak isto veľké ako jedno Nguove políčko. Ngu má pravdu.



Poznámka č. 1: Niektorí z Vás prehlásili, že dĺžka úsečky BE je rovnaká ako dĺžka úsečky AF. To však neplatí vždy – iba ak je E stredom DF a B stredom AC. Inak je úsečka BE dlhšia (to si môžete overiť, keď si nakreslíte veľký obrázok a bod B umiestnite blízko bodu A). A navyše, to že trojuholníky HAF a EBH majú rovnaký obsah (čo majú, môžete si to zistiť z vlastností lichobežníka), to ešte neznamená, že sú zhodné!

Poznámka č. 2: Častým javom tiež bolo, že ste si zvolili nejaké konkrétne dĺžky úsečiek a dokázali ste to pre tento jeden prípad. Lenže overenie jednej možnosti ešte neznamená všeobecnú platnosť tvrdenia.

Bodovanie: Správna odpoveď 1 bod, akýkoľvek postup +0,5 bodu, postup ktorý mal aj nejakú myšlienku +1 bod, korektné overenie správnosti pre jeden prípad +1 bod, úplný a správny postup 5 bodov. Pokiaľ ste v postupe zabudli na nejakú drobnosť, za každú bolo 0,3 bodu dole.

Príklad M6: Dlhú cestu opravoval Lubor Illek

Vzdialenosť medzi miestom, kde princeznú stretol Gogo a kde Butu zistíme ako rozdiel trás ktoré prešla princezná, čiže je to $1/3 - 1/4 = 1/12$ jej cesty. Keďže výprava sa pohybuje stále rovnako rýchlo, $1/12$ cesty prejde za $1/12$ času = 2 dni (podľa zadania). Z toho vidíme, že celú cestu princezná prejde za $12 * 1/12$ času = $12 * 2 = 24$ dní.

Od začiatku cesty po stretnutie s Butuom výprava prešla $1/3 = 4/12 = 4 * 1/12$ cesty. Preto jej táto cesta trvala $4 * 1/12$ času = $4 * 2$ dni = 8 dní. Pohľadom do kalendára zistíme, že 8 dní pred stredom (kedy došlo ku stretnutiu s Butuom) bol utorok. Po tomto stretnutí musí ešte princezná prejsť zvyšok cesty, ktorý jej bude trvať $24 - 8 = 16$ dní. Kalendár napovedá, že 16 dní po strede je piatok. Keďže všetky časové úseky ktoré sme vypočítali trvajú celé dni, bude príchod o rovnakej dennej hodine ako odchod aj ako stretnutie Butua, t.j. o 12:00.

Odpoveď: Princezná Mava príde do domorodej osady 16 dní po stretnutí s Butuom v piatok o 12:00. Princeznina výprava vyrazila z ich osady 8 dní pred stretnutím s Butuom v utorok o 12:00.

Bodovanie: Keďže úloha nebola ťažká, prísne som bodoval postup a správne vyjadrovanie. Body som strhal za neurčenie vzťažného bodu pri uvádzaní trvania času v dňoch (t.j. odpovede „Prídu v piatok“, alebo „Prídu za 18 dní“ – bez uvedenia od kedy sa tie dni rátať), ak chýbalo odôvodnenie prečo čas a cestu delíme na 12, resp. 24 častí (t.j. riešenia typu „povedzme že cesta má 100 km“), za zlé určenie dní.