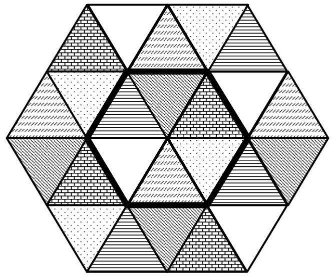
Vzorové riešenia 1. série letnej časti kategórie 5-6

Príklad M1: *opravovala Dáša Horáková*

Bolo treba zistiť, koľko najmenej farieb treba použiť na zafarbenie trojuholníkov na hračke, pričom trojuholníky rovnakej farby sa nesmeli dotýkať ani jedným bodom. To, že sa nesmeli dotýkať ani jedným bodom znamená, že nemohli mať spoločný ani vrchol. Pozrime sa na pravidelný šesťuholník zložený zo šiestich trojuholníkov. Všetky tieto trojuholníky majú spoločný jeden bod, preto musia byť zafarbené každý inou farbou – určite teda budeme potrebovať aspoň 6 farieb na zafarbenie celej hračky. Nejasné v tejto chvíli ostáva ešte to, či sa hračka bude dať šiestimi farbami naozaj zafarbiť.



Ak vyskúšate zopár možností a využijete pritom aj to, že v každom malom šesťuholníku musí byť použitých 6 farieb, určite sa po čase dopracujete k vyhovujúcej možnosti. Jedna z nich je nakreslená aj na obrázku. Hrubou čiarou je vyznačený jeden malý šesťuholník od ktorého som začínala vyfarbovať. Vyfarbiť 6 farbami sa hračka dala viacerými spôsobmi, na to aby bolo jasné, že sa to dá, stačilo nakresliť jeden z nich. Mnohí z vás síce objavili, že hračka sa dá zafarbiť aj pomocou 6 farieb, ale nevysvetlili, prečo to s menším počtom farieb nepôjde.

Bodovanie: Za úplné riešenie 5 b, za 6 farieb aj s obrázkom bez vysvetlenia prečo ich nebude menej 4 b, (za nie úplne jasné vysvetlenie – medzi 4 b a 5 b), Za 7 farieb aj s obrázkom 2,5 b; za vysvetlenie prečo to musí byť aspoň 6 farieb +1 b, za 8 farieb 1,5 b; za viac ako 9 farieb od 0 b po 1,5 b podľa kvality vysvetlenia, komu chýbal obrázok, dostal od 1 b po 3 b.

Príklad M2: *opravoval Peter Drábik*

Označme si: *Gombička*=G, *Vareška*=V, *Ceruzka*=C, *Lyžička*=L Ak by Gombička zjedol polovicu z toho čo ostatní, zjedol vlastne jednu tretinu celku 36 : 3 = 12. *Vareška* zjedol o 2 tabuľky menej ako *Gombička*. 12 – 2 = 10. Keďže V + C = G + L, každá z týchto dvojíc musela zjesť spolu 18 tabuliek čokolády, (t.j. polovicu z 36). 10 + C = 18 teda C = 8 a 12 + L = 18 teda L = 6. Gombička zjedol 12 tabuliek, Vareška zjedol 10 tabuliek, Ceruzka zjedol 8 tabuliek a Lyžička zjedol 6 tabuliek čokolády.

Bodovanie: 4 x 1 b za zdôvodnenie počtu zjedených tabuliek u každého z vojakov 1 b za správny výsledok.

Príklad M3: *opravovala Majka Hanulová*

Väčšina z vás našla druhé najlepšie riešenie – na 11 rozhovorov. Dá sa to aj lepšie – na 10. Ak by ste na to chceli prísť sami, tak ďalej nečítajte. Možno aj vás najprv napadlo, že keď sa jedna z veží dozvie všetky informácie (dá sa to na 6 rozhovorov), stačí, aby potom zavolala všetkým ostatným a budú to vedieť všetky. Na to treba 5 ďalších rozhovorov – dve veže už vedia všetko, keďže pri rozhovore sa obe veže dozvedia informácie od tej druhej. No keby sa týchto päť veží dozvedelo všetky informácie iným spôsobom, stačilo

by menej rozhovorov. Je teda výhodné nezhromažďovať informácie len v jednej veži, ale vymyslieť spôsob, pri ktorom sa veže vo vzájomných rozhovoroch dozvedia čo najviac. Označíme veže A, B, C, D, E, F, G a informácie z nich a, b, c, d, e, f, g. Najprv sa porozprávajú tri dvojice veží: AB, CD, EF. Ďalej sa A rozpráva s C a E s G. Teraz vedia veže A, C informácie a, b, c, d a veže E, G informácie e, f, g. Tieto informácie sa dopĺňajú. Ďalej sa porozprávajú dvojice s doplnkovými informáciami – AE a CG. Máme teda štyri veže, ktoré vedia všetky informácie a uskutočnilo sa 7 rozhovorov. Stačí, aby sa tri zvyšné veže porozprávali s jednou z veží A, C, E, G a aj oni sa dozvedia všetky informácie. To je spolu 10 rozhovorov.
Bodovanie: 5 b za 10 rozhovorov, 4 b za 11, 3,5 za 12, 3 za 21 (každý hovorí s každým), 2,5 až 2 b za nedokončené riešenia. Ak niekto počítal so šiestimi vežami namiesto siedmich, tiež dostal body podľa toho, ako blízko sa dostal k najlepšiemu riešeniu

Príklad M4: *opravoval Pavol PC Cvik*
Označme si mechy podľa poradia ako A, B, C, D. Potom zadanie môžeme zapísať
ako A+B+C>=60 A+C+D<=30
A+B+D<=50 B+C+D<=40
Keďže B+C+D<=40, tak aj B+C<=40 (keďže D>=0). Podobne dostaneme A+C<=30 a A+B<=50. Keď sa pozrieme teraz na prvú nerovnicu, tak vidíme, že A>=20 (keďže B+C<=40), B>=30 a C>=10. Keď má byť B>=30 a C>=10 a zároveň B+C+D<=40, tak D musí byť 0, C musí byť 10 (najmenšia možná hodnota), D musí byť 30 (najmenšia možná hodnota). Keby bolo čo i len jedno číslo väčšie, tak by ich súčet bol väčší ako 40. Keďže sme zobrali najmenšie možne hodnoty čísel B, C, D tak môžeme povedať, že iné ani neexistujú. Teraz už ľahko zistíme, že A=60.
Komentár: Mnohí ste si zadanie úlohy zjednodušili a riešili miesto nerovníc rovnice. Vyšlo vám síce to isté riešenie ale rátali ste pritom iný príklad.
Bodovanie: Iba výsledok 1.5 b, riešenie rovníc max 3 body, správne riešenie nerovníc max 5 bodov

Príklad M5: *opravovala Myšička Nemcová*
Začneme postupne vytvárať mince pre jednotlivé počty, ktoré potrebujeme.
Pre zaplatenie jedného groša musel mať v 1. mešci 1 groš, pretože z vyšších čísel sa 1 nedá zaplatiť. Pre zaplatenie dvojky musia byť v druhom mešci 1 alebo 2 groše (inak by sme dvojku nezaplatili).
Ak by v druhom bolo 1, tak potom trojku môžeme zaplatiť takto:
a) tretí mešec bude 1 a zostalo nám 12 grošov do štvrtého mešca, ale nedá sa vytvoriť 4,5,6,7,8,9,10, 11 - teda to nesedí.
b) tretí mešec bude 2, do štvrtého nám zostane 11 grošov, ale nedá sa vytvoriť 5,6,7,8,9,10 - teda to nesedí
c) ak by tretí mešec mal 3 groše, tak do štvrtého zostane 10 grošov, ale nedá sa vytvoriť 6,7,8,9 - teda to nesedí.
V druhom teda musia byť 2 groše. Trojku získame ako 2+1. Aby sme zaplatili štvorku musí byť v tretom mešci 1,2,3, alebo 4 groše, pozrime sa na tieto možnosti:
a) v treťom nech je 1 groš, ostane nám 11 grošov do štvrtého, ale nedá sa zaplatiť 5,6,7,8,9,10 - teda to nesedí.
b) v treťom nech sú 2 groše, ostane nám 10 grošov do štvrtého, ale nedá sa zaplatiť 6, 7,8,9 – teda to nesedí.
c) v treťom nech sú 3 groše, zostane nám 9 grošov do štvrtého, ale nedá sa zaplatiť 7,8 – teda to nesedí.
Teda v treťom mešci musia byť 4 groše. No a potom nám ostane do posledného mešca zvyšných 8 grošov. Ešte skontrolujeme, či takéto mešce skutočne vyhovujú nášmu zadaniu. Že to ide sa môžete presvedčiť v tabuľke:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	x		x		x	x	x		x		x		x		x
2		x	x			x	x			x	x			x	x
4				x	x		x					x	x	x	x
8								x	x	x	x	x	x	x	x

Nové Osmičunčove mince teda sú 1, 2, 4, 8 grošov.
Bodovanie: Správne riešenie 3 b, postup 2 b.

Príklad M6: *opravovala Kamilka Vyslocká*
Na začiatok si pripomenieme, že všetci obyvatelia krajiny sú buď nenapraviteľní klamári, alebo nenapraviteľní pravdovravci. Pozrime sa teda na zúbok Smieškovi. (musíme vyskúšať obe ! možnosti).
a) Smieško je pravdovravný.
Potom jeho výpoveď: „To nie je pravda! Štvorlístok je pravdovravný." je pravdivá. Teda Štvorlístok je pravdovravný a Šťastíčko klamár. Z toho, že Šťastíčko je klamár, dostaneme vďaka Štvorlístokej pravdivej výpovedi: „Šťastíčko a Slniečko sú obaja rovnakí.", že Slniečko je klamár.
b) Smieško je klamár.
Potom nie je pravda, že Štvorlístok je pravdovravný a teda Štvorlístok je klamár. Ak sa pozrieme na to, čo tvrdí Šťastíčko, vidíme, že Šťastíčko je v tomto prípade pravdovravný. A aký je Slniečko? Ak by bol pravdovravný, potom by musel klamár Štvorlístok vravieť pravdu (Slniečko a Šťastíčko by boli rovnakí) – čo ako nenapraviteľný klamár nemôže. Teda Slniečko musí byť klamár.
Nech je Smieško akýkoľvek, **Slniečko je KLAMÁR.**
Bodovanie: Za riešenie bez vysvetlenia bolo 1,5 bodu. Ak ste rátali s tým, že nestačí vyskúšať len jednu možnosť, dostali ste 0,5 bodu. Zvyšné 3 body (1,5 + 1,5) boli za úplné vysvetlenie oboch prípadov (t.j. ak zvolená osoba klame, a ak je pravdovravná).