Príklad M6: *opravovala Janka Nutelka Michaliková*

Prvé cvičenie tvorilo niekoľkonásobné zopakovanie 24-tónovej časti: **c, cis, d, dis, e, f, ... h, c, h, ... d, cis** a ešte niekoľko tónov navyše. Takže Osmijanko celú 24-tónovú časť zopakoval 1998 : 24 = 83-krát a ostávalo mu zahrať ešte 6 tónov (= 1998 – 83 . 24 = 1998 – 1992). Každá časť začína na **c**, preto šiestym a zároveň 1998-ym zahraným tónom je **f.**

Pri druhom cvičení musel hrať Osmijanko aspoň po túto klávesu, pretože v opačnom prípade by ju ani nezahral, a teda by na nej nemohol skončiť. Zo zvyšných kláves (**f - h**) našu podmienku spĺňajú tri klávesy, a to **fis, g, h**. Ak hrá od **c** po **fis**, zopakuje 166-krát 12-tónovú časť a zahrá ešte 6 tónov, teda skončí na **f** . Ak hrá od **c** po **g**, zopakuje 142-krát 14-tónovú časť a zahrá ešte 10 tónov, teda skončí na **f** . Ak hrá od **c** po **h**, zopakuje 90-krát 22-tónovú časť a zahrá ešte 18 tónov, teda skončí opäť na **f** . Zamyslite sa nad tým, prečo iné klávesy nie sú riešením. ☺

Bodovanie: Za každý správny výsledok ste dostali 0,5 bodu. Ak ste dostatočne odôvodnili prvú časť, dala som Vám 1 bod, za postup a odôvodnenie druhej časti bolo 1,5 bodu. A za podmienku, že pri druhom cvičení musel hrať aspoň po **f** bolo tiež 0,5 bodu.

Veľa z Vás zabudlo na možnosť, že posledné neúplné zahranie cvičenia môže skončiť na **f** aj vtedy, ak Osmijanko zahral všetky tóny až po určitý tón smerom nahor a zastavil sa až pri hraní smerom nadol, k **c** (to je prípad keď hrá po **g**, resp. po **h**).

Vzorové riešenia 2. série letnej časti kategórie 5-6

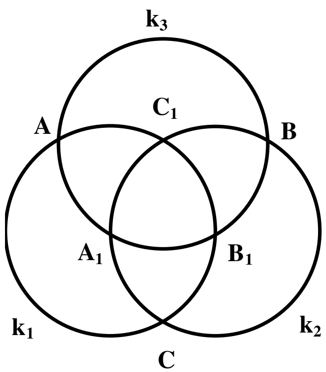
Príklad M1: *opravoval Jarík - Ivan Kohút*

Každé trojciferné číslo sa dá napísať ako súčet jeho jednotiek, desiatok a stoviek, číslo s ciframi X, Y a Z: XYZ = 100.X + 10.Y + 1.Z. K nemu zrkadlové číslo ZYX sa dá napísať ako 100.Z + 10.Y + 1.X.

Rozdiel týchto čísel je XYZ – ZYX = (100.X + 10.Y + 1.Z) – (100.Z + 10.Y + 1.X) = 100.X – 1.X + 10.Y – 10.Y + 1.Z – 100.Z = 99.X – 99.Z = 9.11.(X – Z). Teda rozdiel navzájom zrkadlových trojciferných čísel je násobok čísla 9, čísla 11 a čísla (X – Z), a preto je vždy deliteľný **číslom 9** aj číslom 11.

Bodovanie: 5 bodov za kompletné riešenie, čo znamená dôkaz pre všetkých 1000 čísel (000 až 999). Za každé jedno číslo 1/110 bodu, lebo je 100 čísel, ktoré sú zhodné so svojimi zrkadlovými číslami a 900, ktoré majú od seba rôzne zrkadlové číslo, zároveň sú však v dvojiciach (číslo a jeho zrkadlové číslo) a stačí urobiť jeden výpočet, teda 900 : 2 = 450, 100 + 450 = 550 a 5 bodov : 550 = 1/110 bodu. Pri vysvetlení pre nejakú skupinu čísel som dal 1/110 x (počet čísel v dokázanej skupine). Zaokrúhľovanie smerom hore.

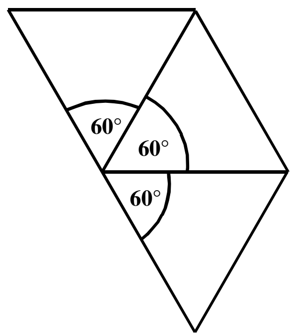
Riešitelia, ktorí riešili príklad iným spôsobom, ale dôkaz nebol kompletný, mohli dostať 0,5 alebo 1 bod za dôkaz, že cifra na mieste desiatok v rozdieli (navzájom rôznych) zrkadlových číslach je 9.



Príklad M2: *opravovala Myšička Němcová*

Dráčik a Osmijanko sa snažia spraviť rovnostranný trojuholník so stranou dlhou 4 metre len pomocou dvojmetrového špagátu, ktorý použijú ako kružidlo.

Na začiatku si niekde na trávniku zvolia bod A_1. Dráčik sa postaví na bod A_1 a Osmijanko okolo neho vyznačí kružnicu k_1, ktorá má stred v bode A_1 a polomer 2 metre. Potom si niekde na tejto kružnici zvolia bod B_1 a Osmijanko sa naň postaví. Dráčik okolo neho vyznačí kružnicu k_2 so stredom v bode B_1 a polomerom dva metre. Vyznačia body C_1 a C, ktoré vzniknú prienikom k_1 a k_2. Dráčik sa teraz postaví na bod C_1 a Osmijanko okolo neho vyznačí kružnicu k_3 so stredom v bode C_1 a polomerom dva metre. Nakoniec vyznačia bod A na prieniku kružníc k_2 a k_3, a bod B na prieniku kružníc k_1 a k_3. Takto Osmijanko s Dráčikom získali štyri rovnostranné trojuholníky BC_1A_1, AB_1C_1, $A_1B_1C_1$ a CB_1A_1 (so stranou 2 m), ktoré spolu vytvárajú rovnostranný trojuholník ABC so stranou 4 m, o čo sa vlastne snažili ☺. Slnečníky teda rozostavili na body A, B, C.



Bodovanie: Postup 3 body, obrázok 2 body.

Príklad M3: *opravoval Pavol PC Cvik*

a) Keby sa Osmijanko spýtal na severnú cestu a odpoveď by bola zámok, vedel by určiť, že južná cesta vedie k moru (lebo k moru nevedie ani východná, ani západná). Potom ale o východnej a ani západnej ceste už nevieme povedať nič. Preto sa Osmijanko nepýtal na severnú cestu.

b) Keby sa spýtal na južnú cestu a odpoveď by bola more, vedel by určiť, že severná cesta vedie na zámok (pretože nevedie ani k horám, ani do mesta). No nevedel by rozhodnúť, kam vedú zvyšné dve cesty.

c) Keby sa spýtal na východnú cestu a odpoveď by bola mesto, tak by nevedel určiť kam vedú zvyšné cesty.

Takže ostala už iba západná možnosť. Ešte ju treba overiť:

1. možnosť: západ = mesto, východ = modré hory, juh = more, sever = zámok
2. možnosť: západ = modré hory, juh = more, sever = zámok, východ = mesto
3. možnosť: západ = zámok, sever = more, juh = modré hory, východ = mesto

Bodovanie a komentár: 1 bod za výsledok, max 2,5 bodu za zdôvodnenie správnosti západnej cesty a max 1,5 bodu za vylúčenie ostatných možností.

Mnohí ste zabúdali na to, že treba nielen ukázať, prečo západná cesta je riešením ale aj to, prečo ostatné cesty ním nie sú.

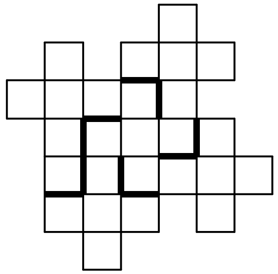
Príklad M4: *opravoval Peter Mitec Miťko*

V príklade vystupuje 9 rôznych písmen (S,L,N,K,O,B,H,A,**X**), za ktoré môžeme dosadiť cifry od 0 po 9. Zo zadania ale vieme, že pod písmenom X sa už skrýva 3 a teda nikde inde ju už nemôžem použiť (na toto dosť veľa z vás zabudlo). Aj bez tej trojky je to ešte stále veľa skúšania a preto poďme logickými úvahami vylúčiť čo najviac možností. V prvom rade si všimnime, ako sa správa súčin: Ak pri vynásobení dvoch čísel vyjde dvojciferné číslo, tak cifru na mieste desiatok pripočítavame k nasledujúcemu súčinu a zapíšeme len cifru na mieste jednotiek. Pri násobení trojkou nemôže byť prvá cifra väčšia ako 2 (inak by sme už násobili 10x3). Ak by teda SL bolo 98, tak 98 . 3 = 294, teda O je určite 0,1 alebo 2. Prvé dve možnosti môžeme hneď vylúčiť, lebo O sa nesmie rovnať A a to zase X. Čiže O je určite 2 a A je potom 6. Použiť už teda nemôžeme cifry 2,3,6. K nemôže byť ani 0, ani 5 lebo po vynásobení tromi by sa K muselo rovnať H. K nemôže byť ani 1, ani 4, lebo po vynásobení 3 sa budú končiť 3 alebo 2, a tie sme už použili. K môže teda byť buď 7 (H = 1), 8 (H = 4), alebo 9 (H = 7). Vo všetkých sa mi bude prenášať 2. Vieme, že musí platiť 3 . N + 2 = O = 2. Potom sa ale 3.N musí končiť na 0 a to spĺňa iba N = 0. O písmenku L vieme, že 3 x L = L. Keďže sa mi z predchádzajúceho súčinu nič neprenáša, rovnosť môže spĺňať iba 5 (5 . 3 = 15) a 0 sme už použili. Pre posledné písmeno S musí platiť 3 . S + 1 = 20 + B (OB). Jediné násobky 3 väčšie ako 20 sú iba pre S = 7, 8, 9 a je potom B = 2, 5, 8. V prvých dvoch prípadoch by B = O alebo L a preto S je nutne 9 a B zase 8. Pre K zostalo teda už len 7 a H je potom 1. Kód na zámku od Slniečkovej krajiny je teda 95072.

Bodovanie: Správny výsledok 0,5 b. Postup od 0,5 po 4,5 b. Za drobné chyby som stŕhal 0,1 b. Za väčšie 0,5 b a viac.

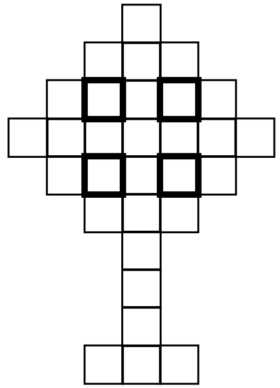
Príklad M5: *opravoval* Michal Emsy Adamec

koberček

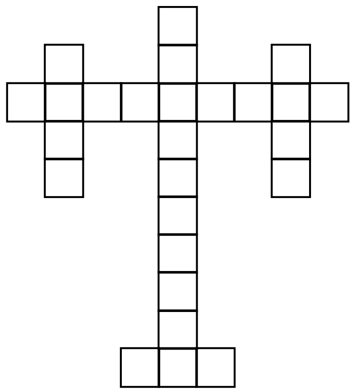


pozn.: hrubé čiary
treba rozstrihnúť

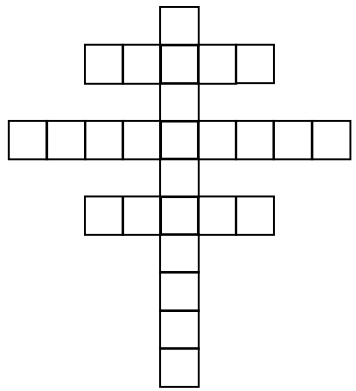
stromček



lietadielko



anténa



Riešení je mnoho ☺ a väčšina z vás prišla aspoň na tri z nich. Ako mnohí stihli postrehnúť, štvorčekov na strihu malo byť 26 (schválne, skúste si ich spočítať) a mnohí stroskotali práve na tom. Zo všetkých riešení uvádzam tie najkrajšie ☺:

Bodovanie: 0,5 bodu za to, že ste sa nad tým aspoň trochu zamysleli, napísali a strávili tak svoj čas aspoň trochu kreatívne, 2 body za jedno správne riešenie, 3,5 bodu za dva strihy pre Hexa a 5 bodov za tri správne riešenia.