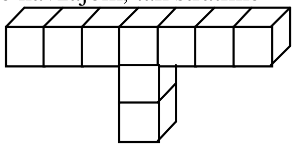
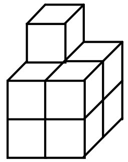
Príklad M5 *opravovala Dáša Horáková*

Na začiatok si musíme uvedomiť, aké vlastne pódium malo byť. Pódium malo byť trojposchodové, to teda znamená, že malo mať výšku tri kocky. Ďalej pódium muselo byť zbité – každá kocka musela byť pripojená k aspoň jednej ďalšej celou stenou. Prvá úloha bola zistiť, ako bude vyzerať pódium, na ktoré sa minie najmenej farby, druhá úloha, nájsť pódium, na ktoré sa minie farby čo najviac. Vyriešme najprv druhú úlohu. Zlepením dvoch kociek stratíme 2 steny. Keďže kocky musia byť zlepené navzájom, tak stratíme aspoň 8.2 = 16 stien. 9 kociek má dokopy 9.6 = 54 stien. Bez tých 16 to bude 38 stien. Pódium sa ale musí dotýkať zeme aspoň jednou stenou, tým pádom nám zostane už len 37 stien. Teraz ešte treba objaviť, či také pódium vôbec existuje. Ak sa trocha pohráte s kockami, určite nejaké také objavíte. Jedno z nich je na obrázku.



Pri riešení prvej úlohy sa práve naopak budeme snažiť pospájať stenami kocky čo najviac – teda kocky musia byť čo najviac pri sebe. Najviac pri sebe sú pri kocke 2x2x2 na ktorú sa spotrebuje 8 kociek. Ešte nám ale ostala deviata kocka, ktorú musíme umiestniť navrch, aby bolo pódium trojposchodové. Navrch ju dáme preto, lebo chceme aby sa pódium dotýkalo čo najviac kockami zeme. Pri takomto pódiu treba maľovať len 24 stien.



Bodovanie: záležalo od toho, aké pódia sa vám podarilo objaviť. Za obe správne bez komentára 4,4 bodu, za komentár k nim, vysvetlenie 0,6 bodu. Za každú jednu stenu navyše či chýbajúcu ste strácali 0,2 bodu. Objavilo sa zopár riešení, pri ktorých ste uvažovali s tým, že na každom poschodí sa musí dať spievať, čo však nikde nebolo napísané. Za úplne správne vyriešenie s takouto podmienkou ste mohli získať maximálne 4,5 bodu. To je všetko. ☺

Príklad M6: *opravoval Pavol PC Cvik*

Mnohí z vás prišli na to, že najväčší počet kúskov, nech krájame akokoľvek, je 16. A prečo? Prvý rez je úplne jedno ako urobíme. Dostaneme 2 kúsky. Pri druhom máme 2 možnosti. Môžeme ale nemusíme ho viesť cez prvý rez. Ak zvolíme áno, tak dostaneme 4 kúsky, ak nie tak iba 3. Vidíme, že pre nás výhodnejšia možnosť je 4. Podobne postupujeme pri treťom reze. Opäť zistíme, že najvýhodnejšie je keď tretí rez pretne aj prvý aj druhý rez. Pretože každý úsek, cez ktorý prechádza sa rozdelí na 2 časti a tým pádom nám vždy jeden kúsok pribudne. A čím viacej iných rezov pretne, tým viacej kúskov pretne. To znamená, že sa snažíme každý rez robiť tak, aby preťal každý predchádzajúci rez, ale zároveň tak, aby sa žiadne tri rezy nepretínali v jednom bode. Potom dostaneme 1+1+2+3+4+5=16 kúskov. Pri takomto postupe je jasné, že neexistuje rozrezanie na viac ako 16 kúskov. Pretože každý rez ak má byť rovný môže preťať každý iný rez iba jeden krát. Keď už vieme toto, tak určite ľahko zostrojíme všetkých 5 rezov.

Bodovanie: Za každý kúsok nad 9 po 0,5b, za zdôvodnenie prečo už viac nemôže byť ako 16 max 1,5b

Prajeme Ti Veselé Vianoce a veľa zdaru v Novom roku! ☺

Tvoji Opravovatelia

Vzorové riešenia 3. série zimnej časti kategórie 5-6

Príklad M1: *opravoval Andrej Andyš Šramko*

Mali sme nájsť počet obyvateľov Sedmohradska. Najprv k zadaniu... písalo sa tam, že to číslo je deliteľné dvoma so zvyškom 1, troma so zvyškom 2, štyrmi so zvyškom 3 a tak ďalej až po delenie desiatimi so zvyškom 9. To znamená, že je deliteľné aj piatimi so zvyškom 4, 6 so zv. 5, 7 so zv. 6, 8 so zv. 7 a 9 so zv. 8. Keď sa nad tým zamyslíme, tak zistíme, že ak k hľadanému číslu prirátame 1, bude toto číslo deliteľné 2kou, 3kou, 4kou, 5kou, 6kou, 7čkou, 8čkou, 9kou a 10kou bezo zvyšku. Takže nám stačí nájsť číslo blízke 3000, ktoré je deliteľné všetkými číslami od 2 do 10 a odpočítať od neho 1. Ako to spravíme? Také číslo musí byť násobkom 10 (teda aj 2 a 5), ďalej 9 (teda aj 3), ešte 4 (teda aj 2) , a ešte 7. Zvyšné čísla už máme. (8 získame z 10 a 4, 6 získame z 9 a 8, 5 máme z 10 , a 3 z 9) dostaneme číslo 10 x 9 x 4 x 7 = 2520. Ešte skontrolujeme, či nie je nejaký násobok tohto čísla ešte bližšie k 3000, ale už sú iba vyššie ako 3000. Takže odrátame 1 a sme hotoví ☺. Sedmohradsko má 2519 obyvateľov.

Bodovanie: Za riešenie boli 2 body, za vysvetlenie 3.

Príklad M2: *opravovala Monika Steinová*

Na začiatku sa treba zamyslieť nad počtom možností obsadenia drakov v klietkach. Keďže treba dokopy 870 litrov ohňa a 20 drakov, určite treba klietky, v ktorých budú dva rôzne draky (pretože 870:20 = 43,5 , kde 20 znamená počet drakov, teda každý drak by musel vychrliť aspoň 43,5 litra ohňa, čo žiaden samostatne nevie).

Budeme sa zamýšľať nad **maximálnym počtom klietok v ktorých budú dva rôzne draky**. Ak by bolo takýchto klietok viac ako **7**, tak by draky vychrlili viac ako 870 litrov ohňa (8.110>870, kde 110 sú pruhovaný a sieťovaný drak v jednej klietke, keby mala byť v klietke druhá dvojica, tak určite je treba menej klietok ako 7).

Zamyslíme sa nad minimálnym počtom klietok v ktorých budú dva rôzne draky. Uvažujeme len s klietkami P+B (pretože v P+S by sme našli určite viac klietok a zaujíma nás minimálny počet). Začneme uvažovať: ak by bola 1 klietka s P+B ostalo by nám ešte 18 drakov. Teda 870-135=735 no a 735:18=40,8 litrov ohňa a to žiaden drak nevie sám vychrliť. Takto postupujeme ďalej až: vezmeme 4 klietky, ostane 12 drakov, teda 870-4.135=330 a 330:12=27,5 toľkoto litrov už môže nejaký drak vychrliť, preto **minimálny počet klietok, v ktorých budú dva rôzne draky je 4.**

Počet drakov P+B a S bude mať rovnakú paritu (teda obe budú alebo párne alebo nepárne), pretože pokiaľ je počet P+B nepárny, počet litrov ohňa, ktorý vychrlia bude nepárny (na konci bude 5) a teda bude treba vziať nepárny počet S (tiež bude na konci 5) aby dokopy vytvorili párny počet – 870 je párne (lebo na konci je.0), pretože ostatné draky vychrlia párny počet litrov ohňa. A naopak, ak je P+B párne, tak určite počet S bude párny, lebo ináč by celkový súčte bol nepárny.

Teda treba urobiť všetky možnosti kúpenia drakov, kde počet klietok, v ktorých majú byť dva rôzne draky je najviac 7 a najmenej 4. Pomôcť si môžeme paritou S a P+B sieťovaných drakov a paritou drakov pruhovaného a bodkovaného v jednej klietke, ktorá má byť rovnaká.

Nájdeme 26 možností, ktoré sú v tabuľke aj s počtami drakov a množstvom klietok.

Množstvo klietok je rozpätie čísel, pretože nebolo povedané, že dva rovnaké draky nemôžu byť v jednej klietke, alebo že by tam museli byť. Preto môže byť viac riešení v závislosti od pochopenia zadania.

Označenie: P+B – Drak sedemhlavý pruhovaný a Drak sedemhlavý bodkovaný, P+S – Drak sedemhlavý pruhovaný a Drak sedemhlavý sieťovaný , P – Drak pruhovaný , S – Drak sieťovaný , B – Drak bodkovaný

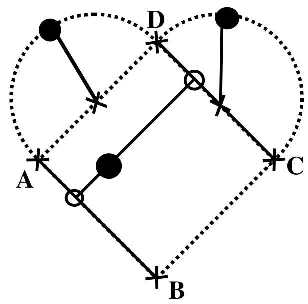
	Rozmiestnenie drakov					Počet drakov			Počet klietok
	P+B	P+S	B	S	P	P	S	B	
1.	0	6	2	6	0	6	12	2	10-14
2.	0	6	3	4	1	7	10	3	11-14
3.	0	6	4	2	2	8	8	4	10-14
4.	0	6	5	0	3	9	6	5	11-14
5.	1	4	9	1	0	5	5	10	11-15
6.	1	5	0	5	3	9	10	1	11-14
7.	1	5	1	3	4	10	8	2	11-14
8.	1	5	2	1	5	11	6	3	11-14
9.	2	3	4	6	0	5	9	6	10-15
10.	2	3	5	4	1	6	7	7	11-15
11.	2	3	6	2	2	7	5	8	10-15
12.	2	3	7	0	3	8	3	9	11-15
13.	2	4	0	0	8	14	4	2	10-14
14.	3	1	11	1	0	4	2	14	11-16
15.	3	2	0	9	1	6	11	3	11-15
16.	3	2	1	7	2	7	9	4	11-15
17.	3	2	2	5	3	8	7	5	11-15
18.	3	2	3	3	4	9	5	6	11-15
19.	3	2	4	1	5	10	3	7	11-15
20.	4	0	6	6	0	4	6	10	10-16
21.	4	0	7	4	1	5	4	11	11-16
22.	4	0	8	2	2	6	2	12	10-16
23.	4	0	9	0	3	7	0	13	11-16
24.	4	1	0	4	6	11	5	4	10-15
25.	4	1	1	2	7	12	3	5	11-15
26.	4	1	2	0	8	13	1	6	10-15

Bodovanie: Nejaká myšlienka, niečo systematické 0,1-0,5 bodu, za 1 – 6 správnych riešení 0,25 bodov za každé, za 7 – 16 správnych riešení 1,5 + 0,2 bodov za každé správne riešenie nad 6 ks, 17 – 26 správnych riešení 3,5 + 0,1 bodov za každé správne riešenie nad 16 ks, Pri všetkých výpočtoch bodov sa zaokrúhľuje nahor na jedno desatinné miesto

Príklad M3 *opravovala Anička Hanulová*

V tomto príklade ste mali Ďatelinkovi poradiť, koľko najmenej ovečiek potrebuje na vypasenie srdiečka v tráve a ako ich má uviazať. Mali ste k dispozícii kolíky, laná (špagáty) a, samozrejme, ovečky. V zadaní bol poskytnutý návod, podľa ktorého ste si mohli rozdeliť srdiečko na dva oblúčiky a štvorec Takýmto spôsobom potreboval Ďatelinko najmenej tri ovce. Ukážeme si ako:

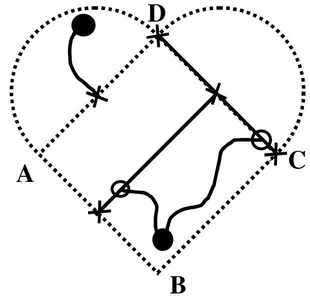
Štvorec je označený ABCD. Oblúčiky vytvoríme tak, že do stredov strán AD a CD zapichneme kolíky. Na ne uviažeme špagátiky s dĺžkou rovnou polovici dĺžky týchto strán a na ne uviažeme ovečky. Tie potom môžu spásať kruh okolo kolíka. Štvorec sa dá vytvoriť niekoľkými spôsobmi. Buď na špagáty medzi kolmi A a B a medzi kolíkmi C a D dáme krúžky a medzi ne natiahneme ďalší špagát, na ktorom bude pomocou krúžku priamo uviazaná ovečka, alebo ovečku



prichytíme na dva špagáty, oba dĺžky strany štvorca ABCD, z ktorých jeden je krúžkom uchytený na ľubovoľnej zo strán štvorca a druhý na jeden zo strán kolmých na ňu. Okrem toho je aj viacero iných správnych spôsobov.

Niektorí z vás (pomerne málo) však prišli aj na riešenie, na ktoré stačia dve ovečky. Aj takýchto riešení bolo niekoľko druhov. Spomenieme si takéto:

Jeden z oblúčikov robíme presne ako v predchádzajúcom prípade, kolík zapichneme do stredu strany AD (napríklad) pomysleného štvorca ABCD, natiahneme naň špagát dĺžky polovice strany štvorca a naň uviažeme ovečku. Zvyšok srdiečka vyžerie jedna ovečka. Zapichneme kolíky do stredu strán CD a AB a natiahneme medzi ne lano. Naň upevníme krúžkom špagátik s dĺžkou polovice strany štvorca. Medzi kolíky vo vrcholoch štvorca C a D natiahneme ďalšie lano. Naň priviažeme krúžkom špagát s dĺžkou strany štvorca. Na oba tieto špagáty pripevníme ovečku. Tak sa jej podarí spraviť štadión, ktorému chýba jeden oblúčik. A to je presne to, čo nám chýbalo.



Bodovanie: Správna odpoveď (2 ovečky): 0,7b Odpoveď 3 ovečky: 0,6b

Spôsob, ktorým Ďatelinko uviaže ovečky, aby spravili oblúčik (oblúky) :max.1,3b Spôsob, akým sa dá urobiť špicatý roh na spodku srdiečka: max. 3b

(Body šli dolu za nedostatočný popis obrázku, a aj za neprehľadný , či chýbajúci obrázok)

Príklad M4 *opravoval Ivan Kohút - Jarík*

Sedmospáč a Sedemmílový kúpili spolu 5 vreciek orechov. Po rozdelení sa s Osmijankom pripadlo na každého 5/3 vriec orechov. Za toto množstvo orechoch zaplatil Osmijanko 25 toliarov. Hodnota Sedmospáčových orechov bola tiež 25 toliarov takisto ako Sedemmíľového, lebo každý mal rovnako jednu tretinu z 5 vriec.

Hodnota všetkých orechov bola **3 x 25** toliarov **= 75** toliarov. Keďže vriec bolo päť, tak cena <u>jedného vreca</u> je **75** toliarov **: 5 =** <u>**15** toliarov</u>.

Pred rozdelením mal Sedmospáč 3 vrecia, po ňom už iba 5/3 vreca rovnako ako Sedemmíľový a Osmijanko. Preto predal Osmijankovi **3 – 5/3 = 9/3 – 5/3 = 4/3** vreca. Podobne pre rozdelením mal Sedemmíľový 2 vrecia orechov, po ňom už len 5/3, a preto Osmijankovi predal **2 – 5/3 = 6/3 – 5/3 = 1/3** vreca. Osmijanko teda kúpil od nich spolu **4/3 + 1/3 = 5/3** vreca.

Vieme, že jedno vrece stojí 15 toliarov, a preto 1/3 vreca stojí **15/3 = 5** toliarov, 4/3 vreca stoja **4/3 x 15 = (4 x 15) / 3 = 60/3 = 20** toliarov. <u>Osmijanko zaplatil Sedmospáčovi za 4/3 vreca 20 toliarov a Sedemmíľovému za 1/3 vreca 5 toliarov</u>, dokopy **20 + 5 = 25** toliarov.

Bodovanie: Za správnu odpoveď spolu s postupom (a jeho popisom) riešenia každej z otázok sa dalo získať 2,5b Za správnu odpoveď bez postupu riešenia bol 1bod Ak nebol postup dostatočne okomentovaný, napríklad použitie nejakej rovnice bez vysvetlenia prečo platí, šlo zakaždým dole 0,5 bodu.