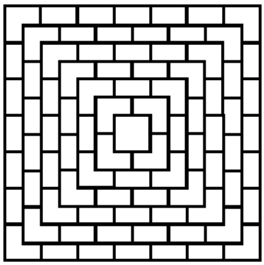
PIKOMAT

Vzorové riešenia 3. série, kategória 5-6

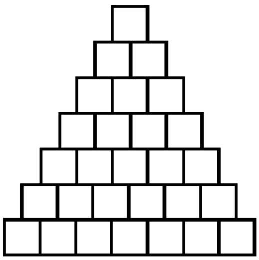
Príklad M1: Pyramídka. *Opravoval Pavol „Lietadlo“ Koprda.*

1. OBJEM: Vieme , že pyramída sa skladá z niekoľkých rovnakých kociek. Hrana každej kocky je dlhá 5cm, takže objem jednej kocky vieme vypočítať ako 5·5·5 = **125cm³**. Teraz nám už stačí iba zistiť, koľko kociek má pyramída. Na spodnom poschodí sa nachádza 7×7 kociek, na druhom odspodu 6×6, a tak ďalej až na najvyššom je iba jedna kocka (aj tú by sme mohli zapísať ako 1×1). Počet kociek vieme už vypočítať ako 7·7 + 6·6 + 5·5 + 4·4 + 3·3 + 2·2 + 1·1 = 140. Teraz máme všetko potrebné na určenie objemu, čiže počet kociek krát objem jednej kocky: 140·125 = **17500cm³**.



obr. 1

2. POVRCH: V prvom rade nesmieme zabudnúť započítať podstavu. Ďalej povrch všetkých častí, ktoré vidíme pri pohľade zhora, je rovnaký ako povrch podstavy, takže tento povrch musíme započítať dvakrát (jedenkrát ako podstavu a druhýkrát ako povrch, ktorý vidíme zhora). Z *obr. 1* vidíme, že povrch podstavy je (7·5)·(7·5) = 1225cm², započítaný dvakrát je to **2450cm²**. Teraz ešte časti povrchu , ktoré sú z boku. Keďže pyramída vyzerá zo všetkých štyroch strán rovnako, stačí nám vypočítať povrch z jednej strany a vynásobiť ho štyrmi. Tu si môžeme pomôcť druhým obrázkom zo zadania. Z toho je jasné, že z každej strany pyramídy vidno práve 28 kociek. Takže povrch viditeľný z jednej strany bude 28·25 = 700cm². Po vynásobení štyrmi dostávame všetky bočné časti povrchu, teda 4·700 = **2800cm²**. Spolu s podstavou a pohľadom zhora nám vyjde, že celý povrch pyramídy je **5250cm²**.



obr. 2

Bodovanie:
správny objem – 1b.
postup pri objeme – 1b.
správny povrch – 1,5b.
postup pri povrchu – 1,5b.
za numerické chyby som strhával maximálne 0,5 boda.

Príklad M2: Zvláštne dni. *Opravovala Katarína „Katka“ Beláková.*

Príklad sa dal riešiť viacerými spôsobmi. Ak si nechceme vypisovať všetky zvláštne dni v 21. storočí, musíme zhrnúť všetko, čo vieme a zamyslieť sa.

21. storočie trvá od roku 2001 do 2100. Nás zaujíma posledné dvojčíslie. Vidíme, že v danom období sa nachádzajú všetky možné dvojčíslia (od 01 až po 99 a ešte aj 00).

Zvláštny deň je ten, v ktorom sa súčet dňa a mesiaca rovná roku. A teraz to dôležité: každá kombinácia dňa a mesiaca presne určuje jeden jediný rok (jediný v rámci jedného storočia), v ktorom môže byť zvláštnym dátumom. Napríklad dátum 22.3. bude zvláštnym IBA v roku 2025, čiže za celé 21. storočie PRÁVE RAZ. A toto platí o <u>každej</u> kombinácii deň-mesiac. Teraz ostáva už iba otázka, koľko takýchto kombinácií deň-mesiac existuje – toľko bude aj našich zvláštnych dní (po pridaní príslušného roku). No a všetci predsa vieme, že možných dátumov deň-mesiac je práve 366 (maximálny počet dní v roku).
Jediný nejasný je 29. február. Takýto dátum by mohol byť zvláštnym jedine v roku 2031 (29+2=31). Tento rok však nie je priestupný (lebo nie je deliteľný 4), takže 29. február v ňom neexistuje. Tento dátum nie je zvláštny. **Počet dní v roku (bez 29. februára), a teda aj počet zvláštnych dní je 365.**

Ešte chceme nájsť posledný zvláštny deň v 21. storočí. Posledný deň je taký, ktorý má najväčší rok, t.j. súčet dňa a mesiaca. **Je to 31.12. 2043 (31+12=43).** Väčší súčet (rok) sa nedá dosiahnuť, lebo dní je maximálne 31 a mesiacov 12.

Poznámka: Mnohí z vás príklad riešili tak, že počítali počet zvláštnych dní v každom roku. Je to náročnejší postup a preto sa vyskytli viaceré chyby.

Bodovanie:
určenie správneho počtu zvláštnych dní aj s postupom – 4b.
posledný zvláštny deň s odôvodnením – 1b.

Príklad M3: Voľby. *Opravovala Veronika „Nika“ Jankovičová.*

Začnime tým, ako sa dá spravodlivo rozdeliť 15 tvorov do skupín. 15 sa dá deliť 1, 3, 5 a 15. Ako môže Viliam vyhrať? Odpoveď je jasná: musí získať viac hlasov v druhom kole ako jeho protivník zo strany bielych (musí mať aspoň o 1 hlas viac ako jeho súper).

Ak by sme voličov „rozdelili“ do 1 skupiny, vyhrali by bieli s prevahou 8 nad 7 čiernymi a voľby by skončili už v prvom kole.
Keby sme spravili 15 skupín po 1 tvorovi, mali by sme síce druhé kolo volieb, no dopadlo by to rovnako, ako v predošlom prípade s 1 veľkou skupinou.
Takže nám zostávajú možnosti 3 skupiny po 5 voličov alebo 5 skupín po 3 voličoch.

Zoberme si najprv **3 skupiny po 5 voličov**:

Aby Viliam vyhral, musia sa do druhého kola dostať 2 čierni a 1 biely. To znamená, že v prvom kole musia v dvoch skupinách vyhrať 2 čierni a v jednej skupine biely. To sa dá dosiahnuť 2 spôsobmi, ktoré sú uvedené v tabuľkách.

	1. kolo					2. kolo	víťaz
1. skupina	čierny	čierny	čierny	biely	biely	čierny	Viliam
2. skupina	čierny	čierny	čierny	čierny	biely	čierny	
3. skupina	biely	biely	biely	biely	biely	biely	

	1. kolo					2. kolo	víťaz
1. skupina	čierny	čierny	čierny	biely	biely	čierny	Viliam
2. skupina	čierny	čierny	čierny	biely	biely	čierny	
3. skupina	čierny	biely	biely	biely	biely	biely	

Na poradí skupín samozrejme nezáleží!

Druhá možnosť, ako by Viliam mohol rozdeliť voličov, je do **5 skupín po 3 voličoch**:

Aby Viliam vyhral pri takomto rozdelení, musí byť aspoň v 3 skupinách zvolený čierny zástupca. Pri tomto rozdelení sa tiež dali nájsť 2 spôsoby, a tie máte uvedené v tabuľkách nižšie.

	1. kolo			2. kolo	víťaz
1. skupina	čierny	čierny	čierny	čierny	Viliam
2. skupina	čierny	čierny	biely	čierny	
3. skupina	čierny	čierny	biely	čierny	
4. skupina	biely	biely	biely	biely	
5. skupina	biely	biely	biely	biely	

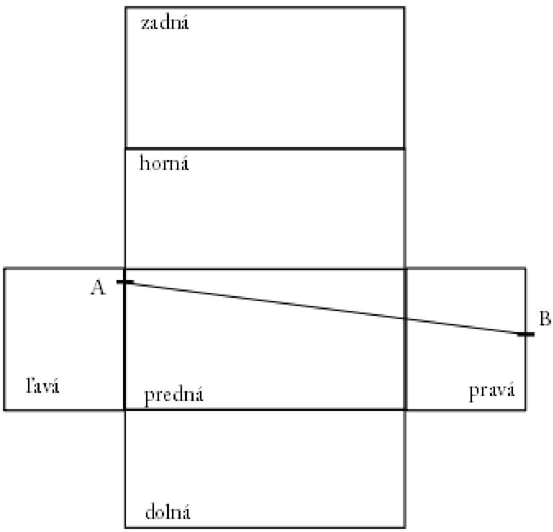
	1. kolo			2. kolo	víťaz
1. skupina	čierny	čierny	biely	čierny	Viliam
2. skupina	čierny	čierny	biely	čierny	
3. skupina	čierny	čierny	biely	čierny	
4. skupina	čierny	biely	biely	biely	
5. skupina	biely	biely	biely	biely	

Riešenie: Viliam môže rozdeliť voličov do skupín po 3 alebo po 5 voličov. Pri hodnotení som nebrala do úvahy len túto vetu, chcela som tiež vedieť, či viete navrhnúť konkrétne správne rozdelenie – aspoň 1 z každej možnosti.

Bodovanie:
správna odpoveď – 1b.
správny postup (rozdelenie) – 4b.
ostatné strhnutia vysvetlené priamo v riešení.

Príklad M4: Presun. *Opravoval Ondrej „Bugy“ Bogár.*

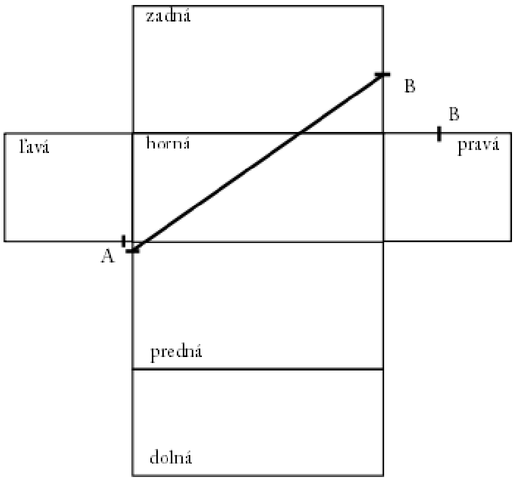
Poďme si najskôr ukázať, ako nájdeme na priestorovom telese najkratšiu cestu medzi dvoma bodmi. Na plochom papieri je to ľahké. Nakreslíme si naň dva body, vezmeme pravítko a tieto dva body spojíme priamkou – máme najkratšiu cestu. Teraz zoberieme papier a skrčíme ho do poriadnej guče. Zrazu máme priestorový útvar, ktorého povrch tvorí papier a nakreslená čiara ešte stále označuje najkratšiu cestu po povrchu medzi dvoma bodmi. Ak papier skrčíme inak, zase nakreslená čiara bude ukazovať najkratšiu cestu medzi dvoma bodmi. Ak by sme ale papier napríklad stočil do valca, tak najkratšia cesta už môže viesť cez novo vzniknutý spoj. Napriek tomu, že po znovurozbalení papiera by táto čiara bola prerušená, pri spojení do priestorového telesa je to najkratšia spojnica. To znamená, že keď chceme nájsť najkratšiu cestu na kvádri, tak si musíme

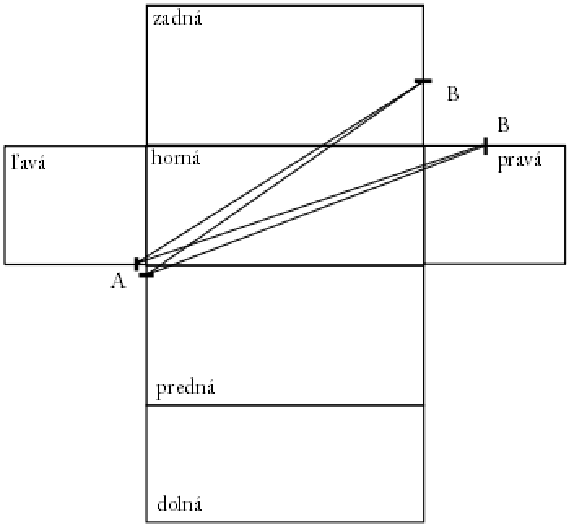


nakresliť jeho plášť a na ňom spojiť body A a B priamkou. Záleží však aj na tom, aký plášť kvádra nakreslíme.

Nesmieme tiež zabudnúť na to, že body A a B ležia na hrane, a preto ak kváder po danej hrane rozstrihneme, na plášti ich môžeme nakresliť na dvoch miestach.

Na obrázkoch vidíte niekoľko možných spojníc bodov A a B, vždy cez iné steny alebo hrany. Teraz treba zobrať už len pravítko a odmerať tú najkratšiu. Jej dĺžka je **11,1cm**.





Bodovanie:

zostrojenie plášťa – 1b.
hľadanie najkratšej cesty ako priamky – 1b.
nájdene tej najkratšej – 2b.
správne odmeranie – 1b.

Príklad M5: Rozhádzané brilianty.

Opravovala Lucie „Klávesnica“ Křemenová.

Úloha má viacero možností riešenia, my si si ukážeme len tie najjednoduchšie a medzi vami riešiteľmi najpoužívanejšie. Mriežka má rozmery 11×7 a je v nej spolu 13 briliantov. Stred mriežky je v šiestom stĺpci a štvrtom riadku. To však neznamená, že je to najlepšie miesto, kam ukladať brilianty. Vidíme, že naľavo aj napravo je rovnaký počet briliantov, čiže tento stĺpec je najvýhodnejší. Avšak v spodnej časti mriežky sa nachádza viac diamantov a preto logicky bude najvyhovujúcejší jeden zo spodných riadkov. Keďže najviac diamantov je v 5. riadku, bude to on.

Ďalšia alternatíva je znázornená na obrázku. Pre každý stĺpec a každý riadok si zrátame, koľko ťahov by bolo potrebných, aby sme naň dostali všetky diamanty (na obrázku sú to čísla v pravom stĺpci a spodnom riadku). Hodnoty porovnáme a vyberieme najmenšie číslo pre stĺpec a najmenšie číslo pre riadok. Spolu určujú políčko, na ktoré uložíme brilianty a súčet čísel predstavuje počet potrebných ťahov. Takže ako vidíme na presunutie všetkých briliantov na políčko **E6** bude potrebných 35+19 = **54 ťahov**.

	1	2	3	4	5	**6**	7	8	9	10	11	
A						B						45
B			B						B			34
C							B					27
D				B								21
E	B		B			X		B			B	**19**
F				B	B							24
G									B		B	33
	68	57	46	39	36	**35**	36	39	44	53	56	

Bodovanie:

výsledok (políčko a počet ťahov) – 1,5b.
postup – 3,5b.

Pikomat bol podporovaný Agentúrou na podporu výskumu a vývoja na základe Zmluvy č. LPP-0007-06.

organizátor korešpondenčného seminára Pikomat

podporuje odborný rast organizátorov seminára