

Vzorové riešenia 2. série letnej časti kategórie 5-6

Príklad M1: opravoval Andrej Andyš Šramko

☺ Ahojte! Ako prvú vec zo zadania by ste mali pochopiť, že postavenia sú navzájom presne opačné. Vyplýva to z toho, že pri druhom postavení má každý za sebou tých, ktorých mal pri prvom pred sebou. V tom prípade si môžeme podmienky trochu prepísať a nič tým nezmeníme. Berieme rad podľa výšky:

1. Charlie (C) stojí pred mnou (J)
2. Emily stojí pred Ralphom
3. Katie stojí medzi mnou a Ralphom.
4. Medzi mnou a Emily sú najviac dvaja ľudia
5. Medzi Emily a Katie je toľko detí, koľko medzi mnou a Charliem.

Máme 5 miest. Podľa podmienky 3 môžeme uvažovať, že J K a R sú pokope. (Zatiaľ jedno, v akom poradí) t.j. máme 3 možnosti:

1: [(J K R) () ()], 2: [() (J K R) ()], 3: [() () (J K R)]

Prvú možnosť môžeme vylúčiť, lebo C bude určite za J. a druhú tak isto, lebo ak by aj C nebol za J, tak bude E za R.

A tak rozvineme možnosť 3. V rámci nej máme ďalšie dve možnosti, ako usporiadať J K R.

A to buď (J) (K) (R) alebo (R) (K) (J). A v rámci každej z nich ďalšie dve. Takže tu sú:

Ak zoberieme možnosť [(C) (E) (R) (K) (J)], tak neplatí 5. podmienka.

Ak zoberieme možnosť [(E) (C) (R) (K) (J)], tak neplatí 4. podmienka.

Ak zoberieme možnosť [(E) (C) (J) (K) (R)], tak neplatí 5. podmienka.

Ak zoberieme možnosť [(C) (E) (J) (K) (R)], tak platí všetko.

Ak by niekto namietal, že K je presne medzi J a R aj vtedy, ak J alebo R je na začiatku, alebo naopak, tak vzniknú tieto možnosti [R C K E J] [R E K C J] [J C K E R] [J E K C R] a tie sa tiež dajú vylúčiť. Neplatí (2, 2, 1, 1).

Samozrejme zoradenie podľa čísiel na dresoch je presne opačné, t.j: [(R) (K) (J) (E) (C)]

V oboch postaveniach stojím v strede ja ☺ (Nell).

Bodovanie: 1b za správny výsledok. Ostatné za popis postupu.

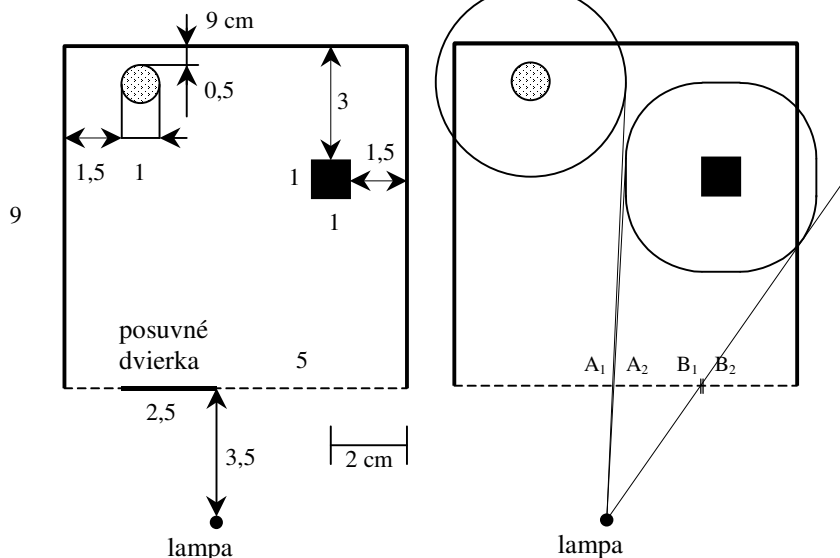
Príklad M2: opravoval Michal MC Adamec

Takže najprv si zoberieme na mušku dievčinu JA (ako ste písali) ktorá je vlastne Nell (poznáte ju z prvej série). Najprv išla po dvanástich schodoch, potom po dvojmetrovej plošine, opäť po dvanástich schodoch a nakoniec po dvojmetrovej plošine. Prešla 24 schodov a 4 metre. Takýmto cyklom prešla 9-krát (POZOR! nie 10! Dobré si to premyslite a hlavne nakreslite), takže dokopy prešla 216 schodov a 36 metrov. Pri jej rýchlosti 3schody/s a 4m/s bol jej čas $216/3 + 36/4 = 72 + 9 = 81$ sekúnd. Katie šla taktiež po 216 schodoch, ale po rovinke išla 2x20metrov, čo je 40 metrov. Jej rýchlosť zas bola 4 schody/s a 2m/s. Takže do cieľa vyšla za $216/4 + 40/2 = 54 + 20 = 74$ sekúnd. To znamená, že bola v cieľi skôr. Teraz vypočítame, kde bola v tom čase (74 sekúnd) Nell. $74/9$ (lebo za toľko prejde jedno poschodie) = 8 zvyšok 2. To značí, že prešla 8 poschodí a ešte k tomu šla 2 sekundy. Otázne je, či išla tie 2 sekundy po schodoch alebo po rovinke. Avšak keďže spravila 8 kompletných cyklov, nachádzala sa na tom istom mieste kde je štart, len o 8 pochodí vyššie (čo je vlastne 9. poschodie), takže tie 2 sekundy musela ísť po schodoch. Pri jej rýchlosti prešla 6 schodov. Takže odpoveď znie: V cieľi bola prvá Katia a Nell bola v tom čase 6 schodov od deviateho podlažia. P.S.: Niektorí z vás písali, že schodov je 12, podaktorí zas, že 13. Keďže to nie je také jednoznačné uznával som oba výpočty. Pri počte schodov 13, je to taký istý postup ako vyššie, ale za dvanásť schodov dosadíte 13 a je to. Nell bude mať potom čas 87 sekúnd a Katie 78,5, čiže bude opäť prvá, a Nell bude v tom čase 3,5 schodu nad deviatym poschodím.

Bodovanie: Uvedenie si, koľko idú dievčatá poschodí (1). Výpočet času Nell (1). Výpočet času Katie (1). Určenie, kto bude prvý v cieľi (1). Určenie, kde sa bude nachádzať druhé dievča, keď bude prvú už v cieľi (1).

Príklad M3: opravovala Lenka Gažová

Nakreslíme obrázok situácie v krabici v skutočnej veľkosti, teda ho 2-krát zväčšíme a nájdeme najmenšiu hranicu svetla okolo krúžku: všetky body vzdialené 2 cm od svetloľúbeho krúžku ležia na kružnici rysovanej zo stredu krúžku s polomerom 2,5 cm (skutočný polomer krúžku je 0,5 cm). Určenie najmenšej hranice tmy okolo kocky: všetky body ležiace vo vzdialenosti 2 cm od vrcholov čierneho kocky sú na štyroch kružniciach rysovaných z vrcholov štvorčeka (kocky) s polomerom 2 cm a všetky body ležiace vo vzdialenosti 2 cm od strán štvorčeka (kocky) sú na štyroch rovnobežkách k stranám štvorčeka (kocky) vo vzdialenosti 2 cm. Najmenšiu hranicu tmy okolo kocky tvorí útvar podobný buchte zložený zo štyroch štvrtkružníc spojených úsečkami ležiacimi na rovnobežkách. Ak urobíme pravú dotyčnicu ku kružnici z lampy (L), dostaneme hraničný lúč, od ktorého na pravo môže začínať tma a na ľavo musí byť bezpodmienečne svetlo. Tento lúč pretne priesvitnú stenu v bode A1, ktorý tvorí ľavú hranicu polohy ľavého okraja dvierok. Ak urobíme ľavú dotyčnicu k štvorčeku (kocke) z lampy (L), dostaneme hraničný lúč, od ktorého na ľavo môže začínať svetlo a na pravo musí byť bezpodmienečne tma. Tento lúč pretne priesvitnú stenu v bode A2, ktorý tvorí pravú hranicu polohy ľavého okraja dvierok. Narysovaním dvierok na pravo od bodu A1 (veľkosť dvierok je 2,5 cm) dostaneme na priesvitnej stene bod B1, ktorý tvorí ľavú hranicu polohy pravého okraja dvierok. Ak narysujeme dvierka na pravo od bodu A2 (veľkosť dvierok je 2,5 cm) dostaneme na priesvitnej stene bod B2, ktorý tvorí pravú hranicu polohy pravého okraja dvierok. Ešte overíme, či lúče LB1, LB2, LA1 nezasahujú do buchy a lúč LA2 do kružnice. Zistili sme, že lúče nezasahujú, takže body A1-A2 tvoria rozmedzie, kde sa môže nachádzať ľavý okraj posuvných dvierok a body B1-B2 rozmedzie pre polohu pravého okraja týchto dvierok. Poznámka: Na obrázku je uvedené len jedno z možných riešení.



Bodovanie: narysovanie obrázku v skutočnej veľkosti 1b, určenie najmenšej hranice svetla okolo krúžku 1b, určenie najmenšej hranice tmy okolo kocky 1b, dotyčnice k hraniciam 0,5b, zdôvodnenie 1,5b

Príklad M4: opravovala Kami Vyslocká

Počty mláďat v klietkach sú: 3, 9, 16, 24, 27, 32, 40, 81. Tieto počty vieme rozdeliť na párne a nepárne čísla. Po zamyslení si všimneme, že pre nepárne platí: $3, 3 \times 3=9, 9 \times 3=27, 27 \times 3=81$ a pre párne $16, 16+8=24, 24+8=32, 32+8=40$. Preto mláďatá jedného páru pustomiliek sú v prvej, druhej, piatej a poslednej klietke a ich počet je každý rok trojnásobok počtu mláďat v predchádzajúcom roku. Pre druhý pár platí, že majú každý rok o 8 mláďat viac než minulý rok a ich mláďatá nájdeme v tretej, štvrtej, šiestej a siedmej klietke.

Bodovanie: za riešenie 2,5 bodu a 2,5 bodu za vysvetlenie. Za neúplnosť a nejasnosť sa samozrejme body strhávali.

Komentár: Hoci v zadaní nebolo spomenuté „číslo“ ani „postupnosť“, mnohí z vás si zadanie zmenili a neobťažovali sa vysvetliť, ako súvisí s pôvodným zadaním. Tiež sa nedalo uznať, ak ste napísali: „1. Pár: 3.“ Znamená to, že prvý pár má tri mláďatá, alebo že má mláďatá v tretej klietke, alebo že sú to tie mláďatá, ktoré sú v klietke tri, alebo???

Príklad M5: opravoval Palo PC Cvik

Ahojte, tento príklad bol pomerne ľahký, ale veľmi málo z vás má plný počet bodov. Takže ako to malo vyzeráť : Podávajú tam 7 druhov polievky a 4 druhy hlavného jedla. Keďže sa každá kombinácia môže vyskytnúť raz, tak každú polievku môžeme skombinovať s každým hlavným jedlom. Dostaneme teda $4 \cdot 7 = 28$ možností. Ale každú takúto možnosť môžeme ešte skombinovať s ľubovoľným koláčikom. Spolu teda máme $28 \cdot 8 = 224$ možností. Teda odpoveď na druhú otázku už máme, pozrime sa teraz na prvú. Čo znamená, že jej nechutí 1 polievka a 1 koláčik? No predsa že jedál, ktoré jej chutia bude o trochu menej. A koľko? Takým istým postupom dostaneme, že $6 \cdot 4 \cdot 7 = 168$. Potiaľto sa dostala väčšina z vás. A skoro všetci ste vyhlásili, že musí prísť najneskôr 168. aby dostala to čo chce. Ale na to, aby ste to mohli povedať, treba ukázať, že existuje taká možnosť, že si všetci ľudia pred ňou vyberú také jedlá, ktoré jej vyhovujú. A keby prišla až 169. alebo ešte neskôr, tak sa jej môže (ale pozor, nemusí) stať, že bude musieť jesť šošovicovú polievku alebo citrónový koláčik. Preto ak chce mať istotu, tak musí prísť najneskôr 168. (Keby si šoš. polievku a citrónový koláčik zobrali tí prví, tak potom môže Katie prísť kľudne aj posledná - ale vtedy nemá istotu, že to tam ešte naozaj ostane) Na toto ste mnohí zabúdali, že prečo musí prísť najneskôr 168.

Bodovanie: po jednom bode za každý správny výsledok, max 1,5b za zdôvodnenie každej časti

Príklad M6: opravovala Alenka Kovárová

Ako som zistila z vašich riešení, existuje viac druhov sad domin. Napríklad s číslami od 0 po 6 (28 kusov), od 1 po 6 (21 kusov) od 0 po 8 (45 kusov) alebo od 0 po 9 (55 kusov). Niektorí riešitelia dokonca rátať s dominovou sadou, kde napr. kocku 31 považovali za rôznu od kocky 13, teda v sade s číslami od 0 po 6 mali 49 kusov alebo v sade od 1 po 6 mali 36 kusov. No ale nech ste už mali akúkoľvek sadu, postup riešenia je rovnaký. Uvediem riešenie pre sadu s číslami od 0 po 6 (28 kusov). Pretože chceme vytvoriť čo najviac stĺpikov, budeme logicky tvoriť stĺpiky s najmenším počtom kociek. Najskôr budeme tvoriť stĺpiky obsahujúce jednu dominovú kocku. Tie musia byť podľa zadania dvojciferné a deliteľné 5: 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65. Potom stĺpiky s dvoma kockami (je veľa možností, ale výsledný počet stĺpikov bude rovnaký): 11+14, 21+24, 31+34, 61+64, 22+23, 62+33, 36+44. To je spolu 19 stĺpikov a zvýšili mi kocky 00 a 66. Z tých už viac stĺpikov nepostavíme. V sade od 0 po 8 sa dá postaviť 30 stĺpikov, v sade od 0 po 9 36 stĺpikov, v sade od 1 po 6 13 stĺpikov.

Bodovanie: Za každý správny stĺpik +5/19 a za nesprávny som stáhla polovicu správneho -5/38, resp. pri iných sadách +5/13 a -5/26 alebo +5/30 a -5/60 alebo +5/36 a -5/72.