PIKOMAT

Vzorové riešenia 4. série, kategória 5-6

Príklad M1: Stelkin špagát. *Opravovala Veronika „Nika“ Jankovičová.*

Zo zadania vieme určiť, koľko značiek jednotlivých farieb urobila Stelka na špagáte. Pri strihaní len modrými nožnicami majú vzniknúť 2 pásiky, takže musia byť **2 modré značky** (keby sme špagát prestrihli len raz, dostaneme jeden 100cm dlhý pás). Pri strihaní modrými a zelenými nožnicami majú vzniknúť 4 pásiky, na čo sú potrebné 4 značky. Keďže 2 modré už máme, musia byť aj **2 zelené značky**. Pri strihaní modrými a červenými nožnicami majú vzniknúť 3 pásiky, z čoho vyplýva, že musí byť práve **1 červená značka**. Toto nám potvrdzuje aj strihanie červenými a zelenými nožnicami, pri ktorom majú vzniknúť 3 pásiky (na to sú 2 zelené a 1 červená značka akurát).

Keď už vieme, koľko je ktorých značiek, môžeme ich začať rozmiestňovať podľa jednotlivých tvrdení.

<u>1. veta</u>: „Keby strihala len modrými nožnicami, vznikli by 2 pásiky dlhé 20 a 80cm.“ Umiestnime teda dve modré značky 20cm od seba. Z jednej strany bude medzi nimi 20cm a z druhej 80cm.

<u>2. veta</u>: „Keby použila modré a zelené nožnice, vznikli by 4 pásiky dlhé 50, 11, 9 a 30cm.“ Keď už máme kruh rozdelený modrými značkami na 20 a 80cm, logicky nám vyplýva, že zelené značky pôjdu každá do jednej z týchto častí. Jednu nakreslíme tak, aby delila 20cm časť na 11 a 9cm, druhú umiestnime na 80cm časť tak, aby ju rozdelila na 50 a 30cm.

<u>3. veta</u>: „Keby použila modré a červené nožnice, vznikli by 3 pásiky dlhé 65, 20 a 15cm.“ Červenú značku teda umiestnime na 80cm časť tak, aby ju rozdelila na 65 a 15cm.

<u>4. veta</u>: „Keby použila zelené a červené nožnice, vznikli by 3 pásiky dlhé 35, 39 a 26cm.“ Táto veta je dôležitá, aby sme zistili presné pozície červených a zelených značiek. Keď si v 2. vete na chvíľu odmyslíme modré značky a budeme brať do úvahy iba zelené, zistíme, že môžu rozdeliť kruh buď na 41 a 59cm, alebo na 39 a 61cm. Ak by sme použili prvé rozdelenie (41 a 59cm), nemohli by sme splniť 4. vetu – pridaním jednej červenej značky rozdeliť kruh na 35, 39 a 26cm. Preto musíme použiť druhé rozmiestnenie zelených značiek (39 a 61cm). 4. vetu potom poľahky splníme tak, že červenou značkou rozdelíme 61cm časť na 35 a 26cm.

Keď všetky tieto poznatky poskladáme dokopy, vyjde nám nasledovné rozdelenie značiek (v zátvorkách sú vzdialenosti medzi nimi):

$$M_1 – (11cm) – Z_1 – (9cm) – M_2 – (30cm) – Z_2 – (35cm) – Č – (15cm) – M_1$$

na oboch koncoch je modrá značka M_1 – uzatvorili sme kruh. Ako skúšku správnosti môžeme spočítať úseky medzi značkami a ich súčet by mal byť 100cm. 11 + 9 + 30 + 35 + 15 = 100cm. Vyšlo to! Správnu odpoveď ste napísali, ak ste značky a vzdialenosti medzi nimi napísali v takomto (alebo presne opačnom) poradí. Samozrejme, nemuseli ste začať od tej istej značky ako ja.

Bodovanie:

správna odpoveď – 2b.; postup – 3b.; ostatné strhnutia bodov odôvodnené priamo v riešení.

Príklad M2: Hádanka. *Opravoval Michal „Kesy“ Kesely.*

V prvom rade mi dovoľte povedať, že ma veľmi potešilo, ako ste tento príklad zvládli. Aj keď nebol úplne ľahký, popasovali ste sa s ním statočne.

Pre vypočítanie tohto príkladu boli potrebné dva fakty o deliteľnosti číslom 9:

- Súčet dvoch čísel, ktoré sú deliteľné 9, je tiež deliteľný 9.
- Číslo je deliteľné 9 práve vtedy, keď je jeho ciferný súčet deliteľný 9.

Na začiatku sme si zvolili nejaké číslo a pripísali zaň nulu – takže sme ho vynásobili desiatimi. Od tohto medzivýsledku sme vzápätí odpočítali pôvodné číslo, takže v konečnom dôsledku sme pôvodné číslo len vynásobili deviatimi. Nakoniec sme k tomu ešte prirátali 36. Všimneme si, že pri poslednom sčítaní boli oba sčítance deliteľné 9 (36 je deliteľné 9; aj pôvodné číslo po vynásobení deviatimi musí byť deliteľné 9), preto na konci dostaneme vždy číslo deliteľné 9.

Teraz z nášho nového čísla škrtneme jednu cifru (inú ako 9). Keďže vieme, že číslo bolo deliteľné 9, musel aj jeho ciferný súčet byť deliteľný 9. Preto nám stačí sčítať zvyšné cifry, ktoré Stelka povedala Bystríkovi. Škrtnutým (hľadaným) číslom potom bude doplnok do najbližšieho vyššieho násobku 9 – možno to znie trochu komplikovane, preto si to ukážeme na príklade.

Stelka si vymyslí číslo, napríklad 29. Keď ho vynásobí 10, odčíta 29 a pričíta 36, dostane číslo 297. To má ciferný súčet 18. Ak by Stelka povedala cifry 2 a 9, ktorých súčet je 11, tak najbližším vyšším násobkom 9 je číslo 18. A doplnok z 11 do 18 je 18-11=7, preto Stelka vyškrtla 7.

A prečo vlastne nemôžeme škrtať cifru 9? Cifra 9 sa totiž nedá rozlíšiť od cifry 0. Ak by nám Stelka napríklad povedala čísla 1, 3 a 5, tak ich súčet je 9. Potom by sa nedalo určiť, či bola vyškrtnutá 0, alebo 9.

Na záver by som ešte chcel pochváliť tých, ktorí si všimli, že v niektorých prípadoch nie je možné splniť zadanie úlohy. Ak totiž začneme s číslom 7, dostaneme z neho číslo 99. V ňom nemôžeme podľa zadania škrtnúť žiadnu cifru. Toto by šlo napraviť napríklad tým, že by sme v zadaní namiesto cifry 9 zakázali škrtnúť cifru 0.

Bodovanie:

pokiaľ ste niektorú z dvoch hlavných myšlienok odôvodnili vyskúšaním zopár hodnôt, spravidla vás to stálo bod (záviselo od miery nepresnosti).

Príklad M3: Dlhý, Široký a Bystrozraký. *Opravovala Zuzana „MB“ Baxová.*

V tomto príklade sme mali pomocou 6 indícií určiť mená troch pánov, ktorí hrajú karty. V prvom rade chcem pripomenúť, že si treba vždy pozorne prečítať zadanie aj s otázkou, pretože viacerí napísali ako odpoveď poradie týchto pánov v hre.

Pomerne rýchlo vieme určiť, kto je víťazom hry. Pán Dlhý sa iba SKORO stal najlepším hráčom, takže víťazom nie je. Ďalej vieme, že víťaz má modrú kravatu, takže ani pán Bystrozraký so svojou zelenou kravatou to nemôže byť. Tým pádom prvú priečku určite obsadil pán Široký, ktorý má modrú kravatu.

„Dobroslav nemá kravatu.“ Keďže pán Široký má modrú kravatu a pán Bystrozraký má zelenú, pre Dobroslava, ktorý kravatu nemá, ostáva už iba priezvisko Dlhý. Máme prvé meno a priezvisko – **Dobroslav Dlhý**.

„Miroslavovo obľúbené miesto je gauč pána Dlhého.“ Z toho vieme, že Miroslav sa určite nevolá Dlhý (aj keď toto bolo jasné vlastne už z predošlého odseku) a že Miroslav bol už u pána Dlhého viackrát, pretože keby k nemu prišiel len prvýkrát, nemohol by mať hneď svoje obľúbené miesto.

„Pán Široký je prvýkrát na návšteve u pána Dlhého.“ Tak ako sa volá menom pán Široký? Meno Dobroslav už patrí pánovi Dlhému a Miroslav, ako sme sa dozvedeli, bol už u pána Dlhého viackrát. Pre pána Širokého ostáva jediné meno – **Víťazoslav Široký**. A už nám zostala len posledná dvojica mien – **Miroslav Bystrozraký**.

Bodovanie:

správne riešenie aj s odôvodnením – 5b.; dobré nápady a myšlienky – do 3b.

Príklad M4: Čo je to za kocku? *Opravovala Katarína „Katka“ Beláková.*

Príklad bol zaujímavý tým, že sa dal riešiť mnohými spôsobmi a každý si mohol nájsť ten svoj. Ukážeme si jeden z najčastejších.

Pri prvom hode bol súčet na štyroch bočných stenách kocky 12. Súčet všetkých čísel na kocke je 21. Tým pádom čísla na vrchnej a spodnej stene kocky museli mať súčet 21-12=9. Aké dve rôzne čísla od 1 po 6 dávajú súčet 9? Sú to buď **3 a 6**, alebo **4 a 5**. Pre druhý hod (súčet na štyroch bočných stenách bol 15) použijeme rovnakú úvahu. Čísla na vrchnej a spodnej stene museli dávať súčet 21-15=6. Opäť sú iba dve možnosti, a to **1 a 5** alebo **2 a 4.**

No ktorá kombinácia týchto možností nastala? Ak by pri prvom hode padla na vrchnej a spodnej stene kombinácia **4 a 5** , tak 4 a 5 by boli čísla oproti sebe. Potom by sa však druhý hod už nedal uskutočniť, pretože 5 už nemôže byť oproti 1 a zase 4 nemôže byť oproti 2.

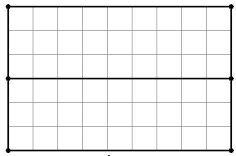
Takže pri prvom hode musela padnúť na vrchnej a spodnej stene kombinácia **3 a 6**. **Na stene oproti stene s číslom 3 je číslo 6.** Ešte si skontrolujeme, či mohol nastať aj druhý hod: mohol – keď je 1 oproti 5 a 2 oproti 4, tak mohla nastať hociktorá z dvoch možností.

Bodovanie:

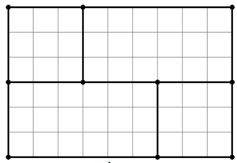
správna odpoveď – 1b.; nájdenie (aj s vysvetlením) možností, ako mohla byť kocka usporiadaná pri jednotlivých hodoch – 2,5b.; vylúčenie možnosti 4 a 5 aj so zdôvodnením – 1,5b.; bodovanie sa mohlo líšiť v závislosti od spôsobu riešenia.

Príklad M5: Vyšívaný koberec. *Opravoval Branislav „Braňo“ Hlubocký.*

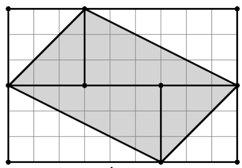
Vieme, že štvoruholník má dva protiľahlé vrcholy v stredoch protiľahlých strán koberca. Spojnica týchto vrcholov delí koberec na polovicu (obr. 1) a zároveň je uhlopriečkou štvoruholníka, ktorý obsahuje výjavy z mytológie.


obr. 1

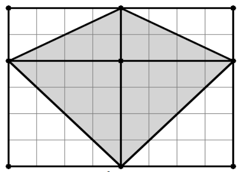
Keď na koberec umiestnime zvyšné dva vrcholy štvoruholníka s výjavmi a pre oba urobíme kolmicu na jeho uhlopriečku, vidíme, že koberec je rozdelený na 4 obdĺžniky, prípadne štvorce (obr. 2).


obr. 2

Spojením týchto štyroch vrcholov dostaneme útvar, ktorý rozdeľuje všetky vzniknuté obdĺžniky na polovice (obr. 3). V každom obdĺžniku presne polovica obsahuje výjavy zo šmolkovskej mytológie. To znamená, že **výjavy z mytológie zaberajú <u>polovicu</u> z celkovej plochy koberca**.


obr. 3

Prvé dva vrcholy sme mohli umiestniť do stredov dlhších alebo aj kratších protiľahlých strán. Takisto zvyšné dva vrcholy sme mohli umiestniť do tretín zvyšných strán bližšie k jednému či druhému vrcholu (obr. 4). Ani jedno z toho však nemení postup riešenia. Protiľahlosť prvých dvoch vrcholov (vrcholov ležiacich v <u>stredoch</u> protiľahlých strán koberca) nám zaručí rozdelenie koberca na 4 obdĺžniky/štvorce. Tie sú potom stranami štvoruholníka vždy rozdelené na polovice, a teda plocha výjavov bude vždy zaberať polovicu plochy koberca.


obr. 4

Bodovanie:

strhnutia bodov sú odôvodnené priamo v riešení.

Pikomat bol podporovaný Agentúrou na podporu výskumu a vývoja na základe Zmluvy č. LPP-0375-09.

organizátor korešpondenčného seminára Pikomat

podporuje odborný rast organizátorov seminára