

PIKOMAT

Zadania 3. série zimnej časti kategórie 5-6

S Janom sme sa rozlúčili vo chvíli, keď začal pracovať u krčmára - bohatého mudrca. A ako sa mu vodilo? Nuž, celkom dobre. Po čase sa mudrc presvedčil, že veru dobre urobil, keď nášho Jana prijal. Nielen, že to bol šikovný pomocník, ale navyše aj múdry. Spočiatku síce mnohým veciam nerozumel, ale nebolo mu ich treba dvakrát vysvetľovať. Učil sa rýchlo. A tak mu krčmár zveroval čoraz ťažšie a zodpovednejšie úlohy. Jedného dňa sa krčmár rozhodol vyrobiť pre svoj podnik reklamné letáčky. A nemali to byť hocaké letáčky.

Príklad S1: reklamné letáky

Mali byť trojuholníkové, a aby sa na ne nespotrebovalo priveľa papiera, mali sa vojsť tri na jeden papier a ešte k tomu nemal zvýšiť nijaký odpad.

Jano dostal za úlohu vymyslieť, ako sa to dá urobiť. Mal teda nájsť spôsob ako rozrezať obdĺžnikový list papiera na tri trojuholníkové časti. Podmienkou však bolo, aby plocha jednej z nich bola polovicou súčtu plôch zvyšných dvoch častí. Jano samozrejme úlohu vyriešil, ale krčmárovi sa jeho riešenie priveľmi nepáčilo a tak ho poprosil, aby skúsil nájsť aj iné spôsoby rozdelenia obdĺžnika.

Nájdite aj vy všetky možné spôsoby rozdelenia obdĺžnika na tri trojuholníkové časti, aby plocha jednej z častí bola polovicou súčtu plôch zvyšných dvoch častí.

Krčmár nebol len tak hocikto. Bol v širom okolí preslávnený ako zberateľ všetkého možného, čo nejako súviselo s číslami. Mal jednoducho rád pekné čísla. V krčme mu deň čo deň prešlo rukami mnoho účtov, a tak nečudo, že aj účty boli súčasťou jeho zbierky.

Príklad S2: zbierka účtov

Tentokrát sa rozhodol, že bude zbierať takéto podivné účty:

$$\begin{array}{r} PPN \\ \times NN \\ \hline PPNP \\ PNN \\ \hline NNNNN \end{array}$$

pričom písmenká P predstavujú ľubovoľné jednociferné párne číslo a písmenká N ľubovoľné jednociferné nepárne číslo. Koľko rôznych účtov môže mať krčmár vo svojej zbierke?

V nedeľu, keď Jano nemal žiadnu robotu, chodieval do mesta. A videl veľa zaujímavých vecí. Raz objavil zvláštnu Trojitú uličku. Boli v nej len tri domy. Každý dom mal svoje číslo. No a práve tie čísla Jana zaujali zo všetkého najviac.

Príklad S3: čísla domov

Všetky tri čísla boli trojciferné. Číslo prvého domu bolo tretinou čísla posledného domu. Prostredné z nich bolo rozdielom čísla posledného a prvého domu. Na tom by možno nebolo nič zvláštne, lenže vo všetkých troch číslach sa každá číslica od 1 po 9 vyskytovala práve raz. Viete, aké čísla mali tieto tri domy?

Ako ste si iste všimli, mesto bolo pokrokové. Nielenže si dávali krčmári vyrábať reklamné letáčky, oni prišli aj na to, že billboardy pri cestách...

Príklad S4: billboard

Na jednom z nich bolo veľkými červenými písmenami napísané toto: J>E N>A<P>R<O>J>E<K>T<O>V<A<N>É !!!
A pod ním modrým písmom: Chcete si postaviť moderný dom? Nemáte ešte projekt? Neváhajte, Firma Ba-r-ok a syn prichádza s jedinečnou ponukou! Platí len do konca decembra! Kto nájde aspoň jeden spôsob, ako v červenom nápise namiesto písmen doplniť číslice od 0 po 9 tak, aby platili nerovnosti, získava 10 % zľavu na vyhotovenie projektu. Ak nezaváhate, budete si môcť konečne povedať, JE NAPROJEKTOVANÉ! A ako výhodne!
Dokázali by ste aj vy nájsť spôsob, ktorým možno namiesto písmen doplniť číslice od 0 po 9 tak, aby platili všetky nerovnosti? Rovnaké písmená treba zameniť za rovnaké čísla.

V inú nedeľu zas zobral krčmár Jana na návštevu na jeden statok, ku ktorému patrili širé polia. Ale polia boli plné buriny, akoby ju tam niekto sial. Len kde tu bolo vidno nejaký obrobený kúsok zeme. Jano sa veľmi divil, prečo ležia polia ladom. Krčmár mu vysvetlil, ako to na tomto statku funguje.

Príklad S5: podivná rodina

O polia sa stará celá rodina - starý otec Julián, stará mama Letícia, ich syn Augustín a jeho žena Severína a ich jediný synáčik September. Pre prácu na poliach platia už dlhé roky tieto pravidlá:

- Ak pracuje otec Augustín, tak pracuje aj mama Severína.
- Buď pracuje mama Severína alebo pracuje synáčik September, ale nikdy nepracujú obaja naraz.
- Buď pracuje starký Julián alebo pracuje starká Letícia alebo pracujú spoločne.
- Ak pracuje starká Letícia, tak pracuje aj jej manžel so synom.

Kto teda pracuje na poliach, ak musia byť platiť všetky podmienky?

Neprešiel dlhý čas a už sa v celom meste vedelo, že u krčmára pracuje rúči šuhaj Jano. Zapáčil sa on richtárovej dcére Milke. Milka, aby bola častejšie s Janom, presvedčila otca, aby vzal Jana do mestskej rady. Rychtár by aj pristal, veď Jano bol ozaj šikovný, nebolo to však také jednoduché. Všetko, čo je šikovné si okrem priateľov nájde aj nepriateľov. Prijatie do rady musela ešte schváliť rada.

Príklad S6: hlasovanie

O prijatí musia hlasovať všetci členovia rady (môžu hlasovať za prijatie, proti prijatiu alebo sa môžu zdržať hlasovania). Ak by za prijatie Jana hlasovali aspoň dve tretiny zo všetkých členov, bol by prijatý. Stalo sa však, že pri hlasovaní sa traja členovia zdržali hlasovania a potom stačilo, aby už len dvaja členovia rady boli proti a Jano by prijatý nebol. A veru sa aj takýto dvaja našli, takže Jana napokon do rady neprijali. Napíšte nám, koľko členov mohla mať mestská rada.

Jano dlho pre neprijatie do rady nesmútil. Veď jemu stačilo to, čo mal. A Milka bola deva švárna a chcela Jana aj keď bol len obyčajným Janom. Ani richtár nenamietal a tak vystrojili veľkú svadbu, na ktorej sa veľa koláčov pojedlo, veľa vína popilo, veľa hrdiel od toľkého rozprávania zachríplo, veľa topánok od tancovania sa zodralo...

A zazvonil zvonec a rozprávky bol koniec. (Aspoň nateraz.)

Riešenia príkladov 3. série nám pošli najneskôr 3. decembra 2001 (rozhodujúca je pečiatka pošty) na adresu:

PIKOMAT 7-9

P-MAT, n. o.

P. O. Box 2

814 99 Bratislava 1

Tak ako po minulé roky aj teraz Ta prosíme, aby si svoje riešenia poslal nacas, pretože inak máme problémy s ich opravením. A okrem toho uškodíš aj sebe, pretože za každý den omeškania Ti odpocítame 1 bod. Tvoji opravovatelia :-).