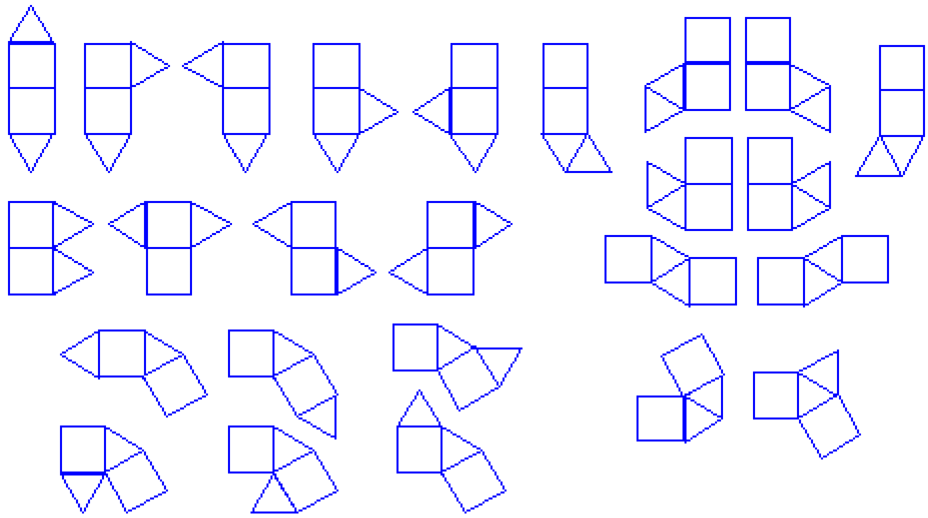
PIKOMAT
Vzorové riešenia 1. série letnej časti kategórie 5-6

Príklad M1 (opravovala Dáša Horáková)

Išlo o to, koľko rôznych pôdorysov existuje. Domy sa vyznačujú tým, že sa nedajú prevracať tak, ako by sme to mohli urobiť s papierom. Za navzájom rôzne pôdorysy budeme pokladať také, ktoré sa nedajú jeden z druhého získať pootočením (pôdorys domu nezávisí od konkrétnej polohy domu). Mnohí z vás považovali za rovnaké aj pôdorysy, ktoré boli zrkadlovými obrazmi. Ale keby sme podľa týchto pôdorysov mali postaviť domy, domy by predsa neboli rovnaké. A navyše nás zaujímali len tie pôdorysy, pri ktorých útvary boli spojené celými stranami (teda nestačí dotyk vrcholom, alebo časťou strany). Ak ste uvažovali aj o takýchto pôdorysoch, nič sa nestalo. Pri zachovaní takýchto podmienok existuje 25 rôznych pôdorysov, ak ste nebrali do úvahy zrkadlové obrazy, bolo ich len 15.



Bodovanie: Za každú správne uvedenú možnosť ste získali 0,2 - 0,3 bodu. Ak ste neuvažovali o zrkadlových obrazoch, alebo ste pokladali za rôzne aj pôdorysy, ktoré boli len pootočené stratili ste 0,2 - 0,5 bodu, inak bolo bodovanie v podstate rovnaké. Tí, čo sa snažili zistiť počet riešení výpočtom mohli získať od 0 po 3 body podľa správnosti výpočtu - zväčša započítavali niektoré možnosti viackrát alebo na niektoré pozabudli. Tí, čo napísali iba počet možností bez obrázkov, na to doplatili, pretože číslo bolo zvyčajne nesprávne a hoci možno našli veľa správnych možností, nedalo sa zistiť, kde urobili chybu a preto získali od 0 po 2 body.

Príklad M2 (opravovala Kami Vyslocká)

Podľa zadania vlastne stačí zistiť, koľko rôznych označení lístkov existuje. Rozoberme to na dva prípady.

2-dierkové označenia: Vyberáme z 8 rôznych čísel 2 čísla. Jedno si vyberieme z 8 čísel a to druhé len zo 7 (lebo jedno číslo už je vybrané). Keďže to môžeme spraviť ľubovoľne (každé s každým), máme 8×7 možností. Lenže možnosť, že si vyberieme čísla (1,2) ja na lístku rovnaká ako možnosť (2,1) - je to rovnaké označenie. Preto možností na označenie 2 čísel z 8 je 8×7/2 = 28.

3-dierkové označenia: Vyberáme si z 8 rôznych čísel 3 čísla. Podobne ako predtým vyberáme prvé z 8, druhé zo 7 a tretie zo 6 čísel. Všetkých vybratých trojíc bude 8×7×6. Lenže na lístku vyzerajú možnosti (1,2,3), (1,3,2), (2,1,3), (2,3,1), (3,2,1), (3,1,2) rovnako. Preto možností na trojdierkové označenie je 8×7×6/6 = 56.

Spolu je to 28 + 56 = 84 rôznych označení, teda v jeden deň môže v Geometrii premávať najviac 84 autobusov.

Bodovanie: za polovičné riešenie 2body, keď ste zarátali aj zhodné označenia - 0,5 bodu, za nejaké zabudnuté možnosti 0 - 1,5 bodu dole, no a za logické chyby - 0,5 bodu

Príklad M3 (opravovala Nika X-ka Zelmanová)

Najrýchlejšie by to bolo, keby sme všetky hlavy sťali len pomocou "21" odťatia. (Pretože 21 < 17, rýchlejšie vyseká hlavy.) Lenže 530/21 = 25, zv. 5. Z toho vyplýva, že musíme stínať najmenej 26krát. Pomocou 21 zotneme 525 hláv 25 seknutiami a ešte ostane 5 hláv, takže aj keby sa dalo sekať 5 hláv, už by sme mali 26 seknutí. Teraz musíme rozdeliť 530 tak, aby sme sekali 26krát. A to je 22×21 + 4×17 = 530. Sekáme 26krát.

Poznámka: Ak odsekneme 1 hlavu, narastie 7, takže k počtu pred sekaním pribudne 6.

Bodovanie: 26 a vysvetlenie, prečo nie menej 5b; 26 a postup 4,5b; 26 bez postupu 4b; 28 a postup 3b; 28 bez postupu 2,5b; iné riešenie 2b; zle pochopené zadanie, ale správne vyriešené 0,5b; zle pochopené zadanie 0b

Príklad M4: OSPRAVEDLNENIE

Chceli by sme sa vám ospravedlniť, že sme zabudli v zadaní tohoto príkladu uviesť za aký časový úsek hodiny meškali (alebo išli dopredu). Pôvodný zámer bol, aby to bolo za jeden deň. Táto nejasnosť spôsobila, že niektorí z vás príklad vôbec neriešili, iní nám napísali, že sa príklad nedá vyriešiť, pretože nám chýba tento údaj, iní sa pustili do riešenia príkladu aj napriek tomu a mnohí z nich príklad aj správne vyriešili. Aby sme však boli spravodliví ku vám všetkým, rozhodli sme sa, že všetci, ktorí poslali riešenia príkladov 1.série, dostanú za tento príklad 5 bodov.

Príklad M5: opravovala Kaťa Antoničová

Označme si stranu štvorca a, potom jeho obsah vypočítame jednoducho $S = a \times a = a^2$

Keď jednu jeho stranu zväčšíme o jednu pätinu, získame stranu dĺžky a + 1/5 a = 6/5 a

Keď jeho druhú stranu zmenšíme o jednu pätinu, dostaneme stranu dĺžky a -*nbsp;1/5 a = 4/5 a

Dostaneme obdĺžnik, ktorého obsah bude: S = 6/5&nbbsp;a×4/5 a = 24/25 a^2 teda obsah štvorca sa zmenšil o jednu dvadsaťpätinu.

S obdĺžnikom je situácia podobná. Nech má náš obdĺžnik rozmery a, b (nezáleží na tom, ktorá strana bude kratšia), jeho obsah bude S = a×b = ab. Stranu a zmenšíme o 1/5, dostaneme a - 1/5 a = 4/5a, podobne stranu b zväčšíme o 1/5, dostaneme b + 1/5&nsp;b = 6/5 b - vo väčšine prípadov dostaneme opäť obdĺžnik, ktorého obsah bude S = 4/5 a×6/5 b = 24/25 ab, vidíme, že obsah obdĺžnika sa aj v tomto prípade zmenšil o jednu dvadsaťpätinu.

Bodovanie: 5 bodov za úplne správne riešenie, 4 body ak ste prípad s obdĺžnikom vyriešili pre konkrétny obdĺžnik, 2 body ak ste napísali iba výsledok bez zdôvodnenia.

Príklad M6 (opravovala Alenka Kovárová)

Veľa z vás nevie, čo sú to dvojčíslia. Sú to 00, 01, 02, ... 98, 99. Trojciferné čísla sú 100, 101, 102, ...999. Teda ak číslo Nevedkovej izby je trojciferné číslo ABC, tak A?0. Ak AB je násobok 8, AB môže byť 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96. Dvojčíslia deliteľné 9 (BC) sú 00, 09, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99. Ak chceme z týchto dvojčíslí poskladať číslo ABC, musí byť B v dvojčíslí AB rovnaké ako B v dvojčíslí BC. Takto vzniknú trojciferné čísla 163, 245, 327, 400, 409, 481, 563, 645, 727, 800, 809, 881, 963. Poslednou podmienkou je, aby AC bolo deliteľné 7, čomu vyhovujú len čísla 409 a 727. Teda číslo Nevedkovej izby je 409 alebo 727.

Bodovanie: postup 2b, správny výsledok 3b, pletieš si dvojčíslia a dvojciferné čísla -1b, neúplný postup alebo chýbajúce možnosti -1b, nenašlo si 409 -1b, nenašlo si 727 -2b, nemáš postup -2b