PIKOMAT
Vzorové riešenia 2. série zimnej časti kategórie 5-6

Príklad M1: Monika Steinová

Dan robí dva dvojlakťové a chlapec robí tri jednolakťové skoky, teda za rovnaký čas Dan prebehne štyri kroky a chlapec tri. Dan bude za každé štyri svoje kroky bližšie ku chlapcovi o jeden krok. Chlapec má náskok 30 lakťov, tento náskok sa bude zmenšovať o jeden lakeť na každé štyri Danove kroky (1krok = lakeť). Aby Dan dobehol náskok musí zabehnúť 30×4 = 120 lakťov. Dan ubehol 120 lakťov.

Bodovanie: 2 body správny výsledok, 3 body postup a úvahy.

Príklad M2: opravovala Táňa Viszusová

	1.ROK	**2.ROK**	**3.ROK**	**4.ROK**
MÁJ	L 6	**Kika**	T 5	V 7
JÚN	K 9	L 1	**Vika**	T 10
JÚL	**Tika**	**V 2**	K 3	**Lika**
AUGUST	V 8	**Tika**	L 4	K 11

1. 2.rok musia ísť na dovolenku ešte L a V , V však už v júni bola → L = jún 2.rok
2. doplníme 2.rok
3. doplníme K, ešte nemala dovolenku v júli
4. august 3.rok, mohla by byť T alebo L, T už raz bola v auguste(2.rok) → L = august 3.rok
5. doplníme 3.rok
6. L bola všetky mesiace okrem mája → L 1.rok máj
7. doplníme celý máj
8. V ešte nebola v auguste ani v 1.roku na dovolenke → je tam
9. K je 1.rok v júni

Doplníme ešte tabuľku na tvar na obrázku. Vidíme, že na žiadnom poli nebola možnosť dať 2 dcéry → existuje len jedno nájdené riešenie = Kika bola 1. rok na dovolenke v júni.

Bodovanie: Postupov ako prísť k výsledku bolo viac, na správne riešenie ste prišli takmer všetci, preto sa hodnotilo najmä to ako ste ten svoj postup vysvetlili.

PS: Správne sa píše v júni a nie v júny.

Príklad M3: opravovala Kaťa Antoničová

Máme 80 guličiek a štyri váženia. Mnohí z vás sa uspokojili s riešením, že odvážili 40 a 40, potom 20 a 20, potom 10 a 10 a nakoniec 5 a 5 guličiek. Našli päticu guličiek, o ktorých vedeli povedať, že je medzi nimi chybná gulička a potom povedali, že príklad sa nedá vyriešiť na štyri váženia. Tak všetci títo majú nula bodov. Pol bodu alebo jeden bod majú tí, ktorí napísali, že treba deliť na tri skupiny, potom aj robili váženia, ale skôr či neskôr urobili chybu a nedopracovali sa k istému nájdeniu ľahšej guličky. Niekoľkí riešitelia majú aj od dvoch do štyroch bodov, tam už išlo o správne riešenie, ibaže s vynechaným niečím dôležitým (slovný komentár a tak). No a všetci ostatní sa dopracovali k správnemu riešeniu, teda tomuto:

Keďže delenie guličiek na dve kôpky nám nepomôže, rozdelíme si ich na tri kôpky s počtom guličiek 27, 27 a 26. Na váhy položíme kôpky s počtom guličiek 27 (**prvé váženie**). Ak jedna z kôpok klesne, je zrejmé, že v tej druhej z nich je chybná gulička. Ak sú váhy v rovnováhe, chybná gulička je v kôpke s 26 guličkami. Pridáme k tejto kôpke jednu z ostávajúcich guličiek (aby ich bolo 27) a pokračujeme. Keďže máme 27 guličiek, medzi ktorými je jedna chybná, rozdelíme si ich na tri kôpky po 9 a dve z kôpok odvážime (**druhé váženie**). Ak sú v rovnováhe, chybná gulička je v tretej kôpke, ak nie sú, chybná je v ľahšej kôpke. Rozdelíme si kôpku s chybnou guličkou na tri kôpky po troch, vyššie popísaným spôsobom nájdeme najľahšiu (**tretie váženie**), a tú si rozdelíme na tri jednotlivé guličky a starým známym spôsobom nájdeme chybnú guličku (**štvrté váženie**). Takže nás nikto falošnými guličkami nepodplatí...

Príklad M4: opravovala Dáša Horáková

ABC*DEF=123456 Niektorí z vás pokladali * za neznámu operáciu, potom ale jediná vyhovujúca operácia bola násobenie (pri ostatných operáciách by čísla neboli 3-ciferné). * je znamienko označujúce násobenie - omylom sa nám do zadaní zatúlalo namiesto klasickej "bodky". Mnohí z vás riešili príklad skusmo, skúšaním rôznych možností.

Problém takýchto riešení je ten, že sa často môže stať, že vám nejaké možnosti uniknú a teda, môžete zabudnúť na nejaké riešenie. Vyriešiť príklad však znamená nájsť všetky možné riešenia, prípadne ukázať, že neexistujú žiadne. Číslo 123456 sa má dať napísať ako súčin dvoch 3-ciferných čísel, teda 123456 má byť deliteľné bez zvyšku týmito číslami. Musíme teda nájsť deliteľov čísla 123456 alebo jeho prvočíselný rozklad: $123456 = 2\times61728 = 2\times2\times30864 = 2\times2\times2\times15432 = 2\times2\times2\times2\times7716 = 2.2.2.2.2.3858 = 2.2.2.2.2.2.1929 = 2.2.2.2.2.2.3.643$

Delitelia čísla 123456: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 64, 96, 192, 643, 1286, ... Číslo 643 je deliteľné iba číslom 1 a samo sebou (je to prvočíslo), to znamená, že ho nevieme napísať ako súčin čísel menších ako 643. Z toho vyplýva, že jedno číslo bude 643 a druhé $192=2\times2\times2\times2\times2\times2\times3$. Dostávame dve riešenia: ABC = 192 a DEF = 643, ABC = 643 a DEF = 192. Iné riešenie neexistuje, pretože číslo 643 už nevieme ďalej rozložiť a preto, že po vynásobení 643 najmenším možným číslom 2, dostaneme už 4-ciferné číslo.

Bodovanie: 5b za úplne správne riešenie (obe riešenia, zdôvodnenie prečo sú to jediné riešenia), -0,5b za len jedno riešenie, -1b ak ste nenapísali, prečo neexistuje aj iné riešenie ak ste postupovali pomocou rozkladu čísla 123456. Ak ste úlohu riešili skusmo dostali ste od 2b do 4b, podľa správnosti postupu a miery zdôvodnenia. Za riešenie bez postupu 1,5b alebo 2b.

Príklad M5: opravoval Martin Malic Handlovič

Na začiatok si musíme uvedomiť zopár vecí. Mnohí ste písali, že existuje vyhrávajúca stratégia pre obidvoch hráčov.

Vyhrávajúca stratégia môže existovať len pre jedného hráča. Predsa je to stratégia proti ktorej niet obrany. Ak ju hráč použije, tak ten druhý, nech robí čo chce, nemá šancu vyhrať. Túto chybu ste urobili viacerí. A ďalšou podstatnou chybou bolo, že ste si mylne mysleli, že už odrezané časti sa nesmú ďalej rezať. Ale to by sa hra dala skončiť na 2 ťahy. 1.hráč odsekne 15 políčok v tvare 3×5 a druhý by musel odseknúť kocky 1×2 a 1×1 a to by hneď prehral. Poďme ale k riešeniu. Existujú dve víťazné stratégie. Prvá aj druhá začínajú rovnako. Rozrežeme doštičku na dve rovnaké časti. Prvá stratégia je založená na opakovaní. Čo odreže 2.hráč na jednej strane, to odreže aj 1.hráč na svojej druhej strane. Takto sa raz musí stať, že 2.hráč odreže políčko 1x1 a prehrá. Druhá stratégia sú nútené ťahy 2.hráča. Nutne musí na jednej strane odrezať časť 3×1. 1.hráč odreže zvyšok na dva obdĺžniky tvaru 3×1. Toto sa zopakuje aj na druhej strane a nakoniec budeme mať šesť častí tvaru 3×1. A keďže je na ťahu musí jeden obdĺžnik rozdeliť na 2×1 a 1×1, čím prehrá. To je všetko.

Bodovanie: Za výsledok bolo 0,5 bodu. Za postup bolo od 0 do 2,5 bodu podľa kvality postupu. A zvyšné 2 body boli za zdôvodnenie príkladu. A neopisujte, neoplatí sa to.

Príklad M6: opravovala Alenka Kovárová

Nech najmladší chytil plný košík rýb = K . Potom vekom stredný chytil o 5 rýb viac ako je polovica rýb chytených jeho mladšími súkmeňovcami (POZOR! Za súkmeňovcov budeme pokladať aj jedného človeka.), teda chytil polovicu z toho, čo chytil najmladší a ešte 5 rýb = K:2 + 5. A najstarší zase polovicu z toho, čo chytili mladší, teda polovicu z K + K:2 + 5 a ešte 5 rýb, teda K:2 + K:4 + 5:2 + 5. Všetci traja chytili spolu 206 rýb, teda

K + K:2 + 5 + K:2 + K:4 + 5:2 + 5 = 206

Ak počet rýb v štvrtine košíka označíme k (bude platiť 4k = K), potom predchádzajúcu rovnicu môžeme prepísať ako: 4k + 2k + 5 + 2k + k + 2,5 + 5 = 206

Po úprave (sčítame všetky k) dostaneme: 9k = 206 - 12,5 = 193,5

A teraz stačí už len vydeliť deviatimi obe strany rovnice: k = 21,5.

Ale k bola len štvrtina košíka, ak chceme vedieť koľko rýb bolo v košíku musíme vypočítať $K = 4k = 4\times21{,}5 = 86$ rýb. Najmladší mal teda K = 86 rýb, stredný K:2 + 5 = 86:2 + 5 = 43 + 5 = 48 rýb, najstarší K:2 + K:4 + 2,5 + 5 = 2k + k + 2,5 + 5 = 3k + 7,5 = $3\times21{,}5 + 7{,}5 = 72$ rýb.