

PIKOMAT

17. ročník šk. rok 1999/2000

Zadania 2. série zimnej časti

V minulej sérii sme sledovali detektíva Oriška pri jeho hľadaní strašného príkladožrúta nenásytného. Iste si spomínate, že Orišek len tak-tak unikol hroznému drakovi a vstúpil do krajiny matematických rozprávok. Čo sa mu tam prihodilo, to sa dozvieme teraz.

Prvá, kto Oriškovi v tejto krajine vošla do cesty bola babka. Išla si po ceste, niesla košík a v ňom tri bielučké okrúhlučké usmiate vajíčka. Tvárila sa veľmi spokojne, až to Oriškovi nedalo a opýtal sa jej, prečo je taká veselá. Babka mu odvetila:

“Išla som dnes ráno na trh s plným košom vajíčok. Ešte kým som došla, predala som bez jedného rovnú polovicu vajec. Na trhu som predala bez jedného tretinu pôvodného počtu vajec, potom som si išla kúpiť túto krásnu šatku a potom som ešte predala bez jedného šestinu pôvodného počtu vajec. Ostali mi už len tieto tri vajíčka, a tie si spravím na večeru. Prečo by som nebola spokojná?”

Príklad 1: (♥5, 6, 7, 8, 9, p, s, t, k)

Koľko vajíčok niesla ráno babka na trh?

Detektív sa babky opýtal, či nezbadala v ich krajine niečo zvláštne, napríklad nejaké nové zviera. Babka povedala, že počula o akomsi básnikovi, ktorému ktosi rozžul básne, ale našťastie ich nepožral. Orišek si pomyslel, že príkladožrút už musí byť poriadne vyhľadovaný, keď si matematiku pomýlil s básňami. Ale babka nevedela, kde sa to stalo, a tak jej Orišek poďakoval a porúčal sa.

Ďalší pocestný, ktorého detektív stretol bol slimák. Teda, nebol pocestný, bol to slimák matematik, ulitku mal celú popísanú príkladmi a dôkazmi. Jeden z dôkazov bol dôkaz takéhoto tvrdenia:

Príklad 2: (♥5, 6, 7, 8, p, s, t, k)

Keď vynásobíme tri po sebe idúce prirodzené čísla, tak bez toho, aby sme poznali výsledný súčin, môžeme o ňom povedať, že je deliteľný šiestimi. Dokážte!

Slimák liezol na strom. Detektívovi sa zdôveril, že sa bojí nejakého strašného zvera, ktorý vraj požíra príklady. Preto lezie na strom, aby zachránil svoju príkladmi popísanú ulitu. Ale beda! Za jeden deň vylezie štyri metre, potom príde noc a slimáček si pospí. A v spánku pekne-rúče sklízne o tri metre.

Príklad 3: (♥5, 6, p, s)

Za koľko dní slimák dosiahne vrchol stromu vysokého desať metrov?

Detektív nechal slimáka, nech ratuje svoju ulitu a pobral sa preč.

V najbližšej dedine uvidel stolárov, ako majstrujú ohrady. Aj oni sa už o príkladožrútovi do počuli a chcú si ho chytiť. Veď taký príkladožrút, to je priam rarita! A aby sa príkladožrútovi v zajatí páčilo, pripravujú pre neho hneď dve kliecky: obdĺžnikovú a trojuholníkovú, aby mal nenažranec na výber.

Príklad 4: (♥5, p)

Zostrojte obdĺžnik ABCD, ak daná úsečka AX má veľkosť jeho obvodu a úsečka AB je jedna z jeho strán. Nezabudnite popísať postup konštrukcie!



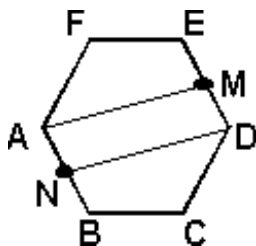
Príklad 5: (♥5, 6, 7, 8, 9, p, s, t, k)

Zostrojte trojuholník ABC, ak viete, že výška na stranu c je dlhá 7 cm, výška na stranu b je dlhá 5 cm a ťažnica na stranu a je dlhá 4 cm.

Orišek stolárom sľúbil, že ak sa mu podarí príkladožrúta dolapiť, že im ho určite privedie. Ešte im poradil, nech mu pripraví aj šesťuholníkovú kliecku s tromi rôznymi výbehmi.

Príklad 6: (♥5, 6, 7, p, s, t)

Pravidelný šesťuholník ABCDEF so stranou $a = 6$ cm je rozdelený úsečkami AM a DN (kde M je stred úsečky DE, N je stred AB) na tri časti. Porovnajme obsahy týchto troch častí (každé s každou).



Detektív prešiel cez dedinu a zistil, že sa mu ďalej nechce peši. Preto si stopol taxík. TAXÍK?!? Bol to chlapík, ktorý sa viezol na drakovi a sľúbil Oriškovi, že ho na kuse cesty odvezie. Jeho drak bol živý ohňom a sírou, preto po zemi dokázal ísť priemernou rýchlosťou 60 km/h. Zároveň s týmto drakom vyrazil z dediny tým istým smerom iný drak (tiež „taxík“), ktorému dávali žrať iba kyselinu sírovú, aj tú mu nezapálili, preto chudáčik vládol ísť iba rýchlosťou 30 km/h. Orišek nasadol na vitálnejšieho draka. Majiteľ ho hnal po cestách – necestách rovných 80 km, potom ho zvrchol a hybaj oproti pomalšiemu drakovi, vraj si s majiteľom chcú dať spoločný obed.

Príklad 7: (♥5, 6, 7, 8, 9, p, s, t, k)

Koľko kilometrov od dediny sa „taxíky“ zastavili na spoločnom obede?

Detektívovi sa do obeda akurát zunovalo natriasania na hrboľatom dračom chrbte a preto ďalej putoval po vlastných. Došiel do dediny, ktorá mala veľmi zvláštny názov: Štvorcokockošachovnica. Domy boli kockaté, okná a dvere štvorcové, ulice vykladané šachovnicami, aj ľudia chodili poobliekaní do károvaného oblečenia. Ani nechcete vedieť, ako sa báli príkladožrúta, veď ich dedina bola vlastne jeden veľký príklad! Oriškovi sa prihovril sám starosta a prosil ho, aby chytil príkladožrúta. Orišek to prisľúbil, ale nechcelo sa mu ešte odísť, veď vlastne to bol matematik a chcel sa zabaviť. Preto mu obyvatelia dali takúto úlohu:

Príklad 8: (♥5, 6, 7, 8, 9, p, s, t, k)

Máme šachovnicu rozmerov 5×5 štvorcov. Koľkými spôsobmi na ňu môžeme rozmiestniť štyri veže tak, aby sa žiadne dve navzájom neohrozovali? Veža stojaca na nejakom poli ohrozuje celý riadok a stĺpec, v ktorom stojí. (Na farbe veží nezáleží – všetky sa navzájom neznášajú.)

Orišek to hravo rozriešil. Keď zo Štvorcokockošachovnice odchádzal, dostal na pamiatku drevenú kocku s hranou dĺžky 5 cm zafarbenú na červeno.

Príklad 9: (♥5, p)

Keď túto kocku rozrežeme na kockičky s hranou dĺžky 1 cm, koľko kockičiek bude mať zafarbených 0, 1, 2, 3, 4, 5 a 6 hrán?

Za dedinou si Orišek opäť stopol taxík – tentokrát to bola obrovská húsenica, viezol sa na nej majiteľ a traja chlapci, bol to teda akýsi autobus. Orišek pristúpil a rozhodol sa, že si s chlapcami zašpásuje. Chlapci sedeli jeden za druhým. Orišek im ukázal čiapky: tri zelené a dve modré. Potom im zaviazal oči šatkami akaždému dal na hlavu čiapku. Keď im oči rozviazal, nemohli sa obzrieť za seba, ale videli len tých, čo sedeli pred nimi. Posledný chlapec videl čiapky tých dvoch pred ním a povedal, že nevie, akej farby je čiapka, ktorú má na hlave. Prostredný chlapec to počul a videl aj chlapca pred ním. Tiež však povedal, že o farbe svojej čiapky nič nevie. Prvý chlapec počul obidve vyhlásenia a tvrdil, že vie, akú čiapku má na hlave.

Príklad 10: (♥5, 6, 7, 8, 9, p, s, t, k)

Akej farby je čiapka na hlave prvého chlapca?

Autobus Oriška zaviezol pred zvláštny hranatý zámok. Tam detektív vystúpil a začal sa obzerať. Na stromoch rástlo hranaté ovocie a listy stromov boli trojuholníkové a štvorcové. Uvidel jeden zvláštny krík: každý lístok bol zadanie nejakého príkladu (alebo aj dvoch a troch). Orišek vyjavene cival na list s takýmito príkladmi:

Príklad 11: (♥5, 6, p, s)

Nájdite najmenšie číslo, ktorým musíme vynásobiť číslo 1999, aby súčin končil piatimi sedmičkami.

Príklad 12: (♥7, 8, 9, t, k)

Nájdite najmenšie číslo, ktorým musíme vynásobiť číslo 1999, aby súčin končil siedmimi jednotkami.

Orišek by príklad vedel vyriešiť, ale nezmohol sa na to. Nedokázal sa totiž pohľadom odtrhnúť od toho listu, pretože list pomaly mizol v papuľke chutnučkého bacuľatého chlpatého hnedého zvieratka s krátkymi nožičkami, veľkými plachými očami a jemnými uškami, v papuľke príkladožrúta nenásytného...

-pokračovanie-

Riešenia príkladov 2. série nám pošli najneskôr **8. novembra 1999**, (rozhodujúca je pečiatka pošty) na adresu

PIKOMAT
P-MAT, n. o.
P. O. Box 2
814 99 Bratislava 1

Oneskorené riešenia nám pri opravovaní spôsobujú nemalé problémy, preto Ťa prosíme o dodržanie termínu. V prípade omeškania Ti za každý deň po termíne (podľa pečiatky pošty) vo výsledkovej listine odpočítame 1 bod.

Tešíme sa na Tvoje riešenia.

Ešte jeden oznam: Ďalšie PIKOSOBOTY budú 23. októbra 1999 a 6. novembra 1999. Stretávame sa ako už tradične o 9:30 na Patrónke. Všetci ste vítaní!

A úplne na záver zopár užitočných informácií a rád:

- Ak riešiš PIKOMAT aj PIKOFYZ, môžeš riešenia posielat' spolu v jednej obálke
- PIKOMAT je súťaž jednotlivcov. Rieš preto úlohy sám, neodpisuj - veľmi ľahko na to prideme.
- Ak máš pocit, že sme Ti nejako ukrivdili, pošli nám Tvoje riešenie aj s „popisom krivdy“ s ďalšou sériou vyriešených úloh – Tvoju reklamáciu posúdime – v najhoršiom prípade Ti vysvetlíme, prečo sme postupovali tak, ako sme postupovali.
- Ak sme sa pomýlili v Tvojich údajoch (napr. v mene alebo adrese), napíš nám, v ďalšej sérii ich opravíme.
- Ak nechceš, aby sme Ti strhli body za neskoré poslanie riešení, nestačí v deň T hodiť list do schránky, radšej ho odnes na poštu.