

Zadania 2. série zimnej časti kategórie 7-9

Príklad S1 - Najmenšia, stredná a najväčšia karta.

Bol jeden z posledných jesenných slnečných dní a tak si rodina Kučerovcov vyšla na piknik na lúku neďaleko Hornej-Dolnej. Keď dorazili, deti (Martin, Peter a Michal) si hneď sadli na deku a začali hrať žolíka. Osud im však nebol naklonený, lebo po chvíli sa zdvihol silný studený vietor a odfúkol im skoro všetky karty do potoka. Na deke im zostala len jedna postupka: A, 2, 3, ...9 a 10 (A predstavuje najmenšiu kartu s číslom 1). Keď sa vrhli zachraňovať karty v potoku, rozfúklo aj postupku. Všetky karty, ktoré odleteli do potoka boli nenávratne stratené a z postupky zostali na deke už iba tri karty. Deti ale nezúfali a vymysleli si hru s tromi kartami. V každom kole sa tieto tri karty zamiešali a rozдали. Každý hráč získal toľko bodov, aké číslo má jeho karta. Na konci tejto hry mal Martin 26 bodov, Peter 13 bodov a Michal 12 bodov. V poslednom kole dostal Michal najvyššiu kartu. Kto dostal v prvom kole kartu so stredným číslom?

Príklad S2 - Michal hľadá čísla

Akoby nestačilo, že im odfúklo karty, spustil sa silný dážď a všetci premokli do nitky. Michal dokonca prechladol a dostal horúčku. Nasledujúcich pár dní musel ostať doma v posteli, bez televízora aj počítača. Následkom veľkej nudy začal vymýšľať divné veci. Evidentne bol inšpirovaný predchádzajúcou hrou. Stále si vymýšľal nejaké trojčíslika a skúmal ich ciferný súčet a ciferný súčin. Jeho vrcholným výmyslom bolo, že nájde najväčšie **trojciferné** číslo, ktorého ciferný súčet je prvočíslo a ciferný súčin je **tretia** mocnina prirodzeného čísla. Novú inšpiráciu mu nosili jeho kamaráti Peter a Martin. Pri jednej z návštev mu povedali, že sa boli pozrieť na tú lúku a našli tam ešte jednu kartu a teda už majú 4 karty. Michalovi hneď v hlave skrsol nový nápad: Nájde najväčšie **štvorciferné** číslo, ktorého ciferný súčet je prvočíslo a ciferný súčin je **štvrtá** mocnina prirodzeného čísla. Aké konkrétne čísla sa snažil Michal nájsť?

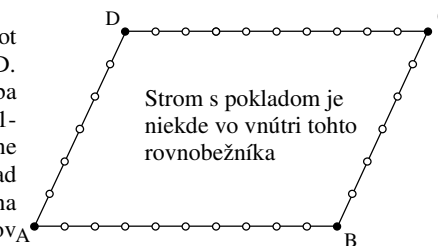
Príklad S3 - Neprehrávajúca päťica

S pribúdajúcimi dňami bolo v Hornej-Dolnej stále chladnejšie. Po Michalovi bolo ešte veľa detí chorých. V jeden deň sa dokonca stalo, že v 7.F bolo iba 5 žiakov. Keď mali hodinu matematiky, učiteľka povedala, že sa dnes budú hrať. Každý žiak si mal na začiatku hry vybrať jedno prirodzené číslo, s ktorým bude hrať. Spolu hrajú vždy dvaja hráči a hra končí, keď už hral každý s každým. Prebiehalo to asi takto: Jeden hráč si myslel číslo A a druhý B. Ak rozdiel A-B delil súčet A+B, tak obaja hráči vyhrali a ak nedelil, tak prehrali. Nakoniec je víťaz ten, kto má najviac výhier. Učiteľka predviedla názorný príklad: „Ak si napríklad Veronika bude myslieť číslo 5 a Marek číslo 7, tak obidvaja vyhrajú, lebo 12 je deliteľné 2. Ak by si ale Marek myslel 8, tak obaja prehrajú, lebo 3 nedelí 13.“ Deti si párkrát zopakovali celú hru. Bola to naozaj veľmi nezvyčajná hra, lebo v poslednej hre sa stalo, že všetkých 5 detí na konci tejto hry povedalo, že ani raz neprehrali. Učiteľke sa to nepozdávalo a tak sa detí spýtala, aké čísla si mysleli. Každé si myslelo iné číslo a naozaj mali všetci zväčša. Ako sa neskôr zistilo, päťic, kde sú všetci bez prehry, je veľa. Ale tú, čo si mysleli deti, mala najmenší súčet. Ktorých 5 čísel si deti mysleli?

Príklad S4 – Kôl v plote

Nasledovali chrípkové prázdniny. Roman mal šťastie, že bol zdravý. No on sa príliš z toho netešil, lebo doma mali veľké upratovanie kníh. Romanov otec je historik, tak si vieť predstavíť, koľko mali doma knižiek. Keď Roman čistil už asi 254. knihu, vypadol mu z nej papierik. Kniha sa volala Povesti z Hornej-Dolnej. Na papieriku bol obrázok (viď obr.) a k nemu pripísané, že je to náčrt

plotom ohradeného lesa. Ako vidno z obrázka, plot ohraničuje územie lesa v tvare rovnobežníka ABCD. Tiež vidno, že plot drží na koloch, ktoré sú od seba v rovnakých rozstupoch, pričom dlhšia strana je z 11-tich kolov a kratšia zo siedmich. Na druhej strane papiera bolo napísané: „V tomto lese je podklad schovaný pod stromom (S), ktorý sa nachádza na priamke spájajúcej kôl D s jedným z ostatných kolov A (K) tak, že obsah trojuholníka ADS je štvornásobkom obsahu trojuholníka CDK.“ Romanovi síce nevedel, ktorý je to les (lebo dnes už v Hornej-Dolej žiadny les oplotený rovnobežníkom nie je), ale aj tak mu víťalo v hlave, ktorý z kolov je ten kôl K. Ktorý je to?

**Príklad S5 - Kocky na Vianoce**

Po chrípkových prázdninách začala učiteľka výtvarnej výchovy v Hornej-Dolnej s prípravami na Vianoce. Rozhodla so svojimi žiakmi vyrábať vianočné ozdoby. Ozdoby boli v tvare kocky, ktorá bola po stenách oblepená šiestimi lesklými farebnými štvorčkami (na jednu stenu sa vždy nalepil jeden štvorček). Štvorčeky sme mali k dispozícii len v troch farbách: žltá, bordová a hráškovozelená. Každý žiak mal vyrobiť jednu kocku. Učiteľka deti poprosila, aby použili svoju fantáziu, nech nie sú všetky kocky rovnaké. Vtedy jeden žiak ironicky podotkol: „No, to vyrobíme akurát tak 10 rôznych kociek.“ Mal pravdu? Koľko rôznych kociek sa dá vyrobiť? Pozn.: Dve kocky sú rovnaké, ak sa dajú natočiť tak, že vyzerajú zo všetkých strán rovnako.

Príklad S6 – Europe Rally

Súťaž Europe Rally je súťažou päťčlenných tímov motorkárov. Jeden tím tvorí 5 motoristov s piatimi motorkami z Hornej-Dolnej. V súťaži nie je určená dĺžka trasy (trasa je rovná), lebo zvíťazí ten tím, ktorého motorka prejde najdlhšiu trasu spomedzi všetkých motoriek (zvyšné motorky toho tímu nemusia prejsť rovnakú trasu, môžu ostať kdekokoľvek na trase). Všetky motorky majú 10-litrovú nádrž a spotrebu 4 litre na 100 km. Motorky si môžu medzi sebou prečerpávať benzín v nádržiach. Závaž motorky môže tvoriť iba motorkár, iná záťaž je neprípustná (napr. žiadne bandasky ani ťahanie druhej motorky za sebou). Akú taktiku prečerpávania poradiš tímu z Hornej-Dolnej, aby súťaž určite vyhral? Koľko kilometrov takto prejdú? Koľko najviac by prešli, keby tím mohol mať 10 motoriek?

✉ Riešenia príkladov 2. série nám pošli najneskôr **28. októbra 2002** (rozhodujúca je pečiatka pošty) na adresu:

PIKOMAT 7-9

P-MAT, n. o.

P. O. BOX 2

814 99 Bratislava 1

Tak ako po minulé razy aj teraz Ťa prosíme, aby si svoje riešenia poslal načas, pretože inak máme problémy s ich opravením. A okrem toho uškodíš aj sebe, pretože za každý deň omeškania Ti odpočítame 1 bod. Tvoji opravovatelia ☺.