

# PIKOMAT

29. ročník

www.pikomatsk

školský rok 2011/2012

Termín odoslania:

7. 11. 2011

Adresa:

PIKOMAT 7-9

P-MAT, n.o.

P. O. BOX 2

814 99 Bratislava 1

## Zadania 2. série zimnej časti, kategória 7-9

Ráno sa Tom zobudil skoro. Vedel, že sa na tento deň náramne tešil, no nemohol si spomenúť, prečo. Po chvíli mu to došlo: dnes sa má dozvedieť, či pôjde na výpravu za strateným baretom alebo nie. Snažil sa ešte zaspáť, ale hlavou mu vírilo priveľa myšlienok. Vstal, obliekol sa a zišiel do kuchyne. Po chvíli sa prebudili aj ostatní a po raňajkách sa Tom so svojim otcom Baldorom vybrali na hrad.

Na hrade si Tom všimol čosi, čo mu včera uniklo. Jedna z hradných veží bola poškodená, zrejme tá, z ktorej bol ukradnutý baret. Pán Doleron mal ale veľmi starostlivého správcu, a preto už bola oprava veže v plnom prúde.

Pri veži pobehovali robotníci a nosili hore tehly a iný metriál. Pán Doleron im chcel pomôcť, a tak im postavil čarovné schody, ktoré sa sami hýbali hore, aby nosenie materiálu netrvalo tak dlho. Tom bol od prírody zvedavý, a tak sa išiel pozrieť hore, a aj by sa pokochal nádherným výhľadom z veže, keby mu nezacláňalo lešenie. A tak zišiel dole, ale o pár sekúnd už bežal späť hore, keďže si tam zabudol klobúk.

### Príklad S1: Kto nemá v hlave, má v nohách

Keď išiel Tom prvýkrát po pohyblivých schodoch, vybehol 8 z nich, a cesta hore mu trvala 30 sekúnd. Keď sa vracal po klobúk, tak sa viac ponáhal, a tak vybehol 13 schodov a cesta hore mu trvala 22,5 sekundy. **Koľko trvá cesta hore na vežu, keď sa človek len vieže?**

Keď sa Tom udýchaný vrátil z veže, Baldor už naň čakal. Potom Tom a Baldor vošli do prijímacej miestnosti. Pán Doleron tam už bol, sedel v nádherne vyrezávanom kresle a v ruke držal dlhú palicu. Keď vošli, vstal a posunkom ruky im naznačil, aby pristúpili bližšie. „Nuž, Tomáš, syn Baldorov,“ začal slávnostne Doleron, „obdivujem tvoju veľkú guráž, a preto ti dám šancu. Ak bude tvoj otec súhlasiť, môžeš sa ešte dnes vydať na výpravu a pokúsiť sa získať späť to, čo mi bolo násilím odobraté.“

Baldor o tom premýšľal už predošlý deň. Na jednej strane bol na svojho odvážneho syna náramne hrdý, na strane druhej sa veľmi bál. Po chvíli váhania však kývol na znak súhlasu. „Dobre teda. Poď so mnou, Tomáš. Ukážem ti, kam pôjdeš,“ povedal Doleron, vstal a viedol Tomáša aj jeho otca do vedľajšej miestnosti, kde visela na stene veľká mapa. Ďaleko za Strmými vrchmi na východe sa týčila Skalistá hora – sídlo čiernokňažníka Surovca. Už pri pohľade na mapu Tomovi prebehol mráz po chrbte. „Tam predsa nedôjdem ani za mesiac, je to hrozitánsky ďaleko,“ zarazil sa Tom. „Áno, viem,“ odvetil Doleron pokojne. „Toľko času my ale nemáme. Surovec má vo svojich rukách príliš nebezpečný predmet a nám neostáva ani deň navyše.“ Potom vysvetlil užasnutému

Tomovi a jeho otcovi, čo sa vlastne Surovcovi podarilo získať. „Ale keď je baret v kúzelnej truhle, ako ju Surovec otvorí?“ spytoval sa Tom. „Nuž,“ vzdychol Doleron, „šťasti hrubou silou, šťastie čarami. Ešte je tam heslo, no aj to sa zrejme Surovcovi podarí prelomiť.“

### Príklad S2: Heslo

Heslo je prirodzené číslo menšie ako 1000. Kvôli bezpečnosti ho však nikam nezadáваме priamo, ale musíme truhle odpovedať na otázky. Pri každej otázke máme na výber z niekoľkých možností, pričom vždy je práve jedna z nich správna. Otázky s možnosťami sú nasledovné:

1) Heslo je číslo	a) menšie ako 100	b) menšie ako 900	c) väčšie ako 900	
2) Ciferný súčet hesla je	a) väčší ako 10	b) väčší ako 20	c) väčší ako 30	
3) Heslo je deliteľné číslom	a) 2	b) 3	c) 5	
4) Po vyškrtnutí prvej cifry je zvyšok hesla deliteľný		a) 19	b) 20	
5) Cifry v hesle sú zľava doprava usporiadané				
a) od najmensej po najväčšiu	b) od najväčšej po najmenšiu			
6) Heslo je deliteľné číslom	a) 15	b) 17	c) 19	
7) Rozdiel medzi cifrou na mieste stovák a na mieste jednotiek (ignorujúc znamienko) je	a) 2	b) 3	c) 4	d) 5

**Naozaj musíme poznať heslo dopredu, aby sme vedeli na všetky otázky správne odpovedať? Aké je heslo?**

“Musíš sa ponáhľať, čo ti len sily stačia. Inak sa môžu stať strašné veci,“ dohovárал Tomovi Doleron. “Pomocou kúzla ťa preniesiem až do Surovcovej ríše. Vďaka tomu tam budeš rýchlejšie než západný vietor,“

pokračoval. “Okrem toho ti dám so sebou Palicu. Nie je to obyčajná palica – má určité magické vlastnosti, o ktorých sa dozvieš v pravý čas. A tiež sa pomocou nej dostaneš naspäť domov.” S týmito slovami Tomovi podal Palicu a vak, v ktorom bolo trochu jedla, kompas, kresadlo a zopár ďalších potrebných vecí. Potom sa všetci traja odobrali do stredu miestnosti, kde bol v podlahe vyrytý zvláštny magický obrazec. Tom sa postavil do jeho stredu a Doleron začal odriekať dlhé nezrozumiteľné vety.

### Príklad S3: Obrazec

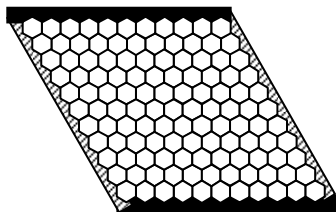
Vnútri štvorca ABCD je štvorec EFGH tak, že strany AB a EF sú rovnobežné. Úsečkami AE, BF, CG, a DH je štvorec rozdelený na štyri 4-uholníky a štvorec EFGH. **Dokážte, že súčet obsahov 4-uholníkov ABFE a CDHG je rovnaký ako súčet obsahov 4-uholníkov BCGF a DAEH.**

Tom videl miestnosť čoraz viac rozmazane a do obrazu pred očami sa mu začal prelínať obraz lesa. Po chvíli miestnosť načisto zmizla a Tom stál sám, zvierajúc v ruke Palicu, na úzkom chodníčku uprostred tichého lesa. Ktorým smerom sa vydať? Vytiahol kompas a pretože cestička sa vinula od západu na východ, vykročil smerom na východ. Nešiel ani dve hodiny, keď les začal pomaly rednúť a naokolo sa začali ukazovať skaly a balvany, ako ich tam pred stáročiami nahádzali obri. Odrazu na cestičke pred sebou zbadal skupinku

otrhaných mužov, ktorí mali v rukách obušky a sekery. Obzrel sa. Ani nie sto krokov za ním už postávala podobná skupinka. Pevne stisol Palicu a pohľad mu pritom padol na zlatistý nápis, ktorý sa na nej zrazu objavil: “Kým ma držíš, ochraňujem.” To mu dodalo trochu odvahy, no kolená sa mu aj tak mierne roztriasli. Kráčal však ďalej. Vtom o niečo zakopol. Na zemi boli rozhádzané šesťuholníkovové plániky, ktoré boli rôzne vyfarbené.

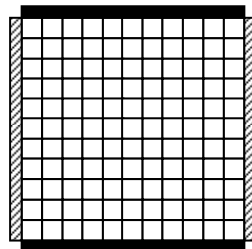
#### Príklad S4: Plániky

Šesťuholníkový plánik v tvare kosoštvorca  $11 \times 11$  bol v skutočnosti hracím plánom hry. Dve bočné strany plániku boli nafarbené namodro, horná a dolná načerveno. Každý z hráčov mal svoju farbičku, modrá patrila prvému hráčovi a červená druhému. Na začiatku hry prvý hráč zafarbí niektorý šesťuholník namodro, následne druhý hráč zafarbí načerveno niektorý ešte nezafarbený šesťuholník. V zafarbovaní sa potom striedajú. Ak sa prvému hráčovi podarí súvisle modrými šesťuholníkmi spojiť dve modré strany, vyhral (to znamená, že existuje cesta zostavená z modrých šesťuholníkov, ktoré sa dotýkajú hranou, po ktorej sa dá prejsť medzi modrými stranami). Ak sa však druhému hráčovi podarí spojiť červenými šesťuholníkmi dve červené strany, vyhral on.



**Môže sa stať, že takáto hra skončí nerozhodne, teda že sa nakoniec ani jednému z hráčov nepodarí spojiť určené strany? Ak áno, nakresli taký plánik, ak nie, zdôvodni, prečo to tak je.**

Teraz si ešte predstav, že by sa takáto hra odohrávala podľa tých istých pravidiel, ale na štvorcovej šachovnici  $11 \times 11$ . Môže sa v tomto prípade stať, že hra skončí nerozhodne? Prečo?

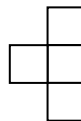


Upozornenie: Nepýtame sa, ako má ten-ktorý hráč hrať, aby vyhral. Pýtame sa, či existuje partia, akokoľvek nepravdepodobná, ktorá by skončila nerozhodne.

Plániky sa rozleteli na všetky strany. Tom si to ledva všimol, no muži pred ním i za ním zareagovali, akoby bol kopol do jedného z nich. Spustili strašný rev a rozbehli sa k nemu, mávajúci pri tom obuškami a sekerami. Tom pochopil, že toto zrejme bola ich zámienka, aby človeka okradli či dokonca zabili. Zastavil sa a pevne zovrel Palicu. Najrýchlejší z mužov bol len na pár krokov od neho a už sa tešil, že to bude práve on, kto Tomovi zotne hlavu. V skutočnosti bol ale prvý, kto upadol do bezvedomia po strašnom údere od Palice. Ostatní chlapi skončili buď podobne, alebo horšie. Tom sa nechápavo rozhlíadal okolo seba. Celá zbojnícka banda tam ležala omráčená. Vedel však, že akonáhle sa preberú, bude sa situácia opakovať, a tak sa rýchlo pobral ďalej. Ani sa nenazdal a cestička vyústila na veľkú dláždenú cestu, ktorá sa vinula po úbočí hory až k mohutnému hradu, pod ktorým sa rozprestieralo nevelké mesto. Cesta bola čímsi zvláštna. Vydĺždená čiernymi kameňmi pôsobila o to desivejšie, že bola čistá ako sklo.

## Príklad S5: Dlažba

Jedna dlaždica sa skladá zo 4 rovnakých štvorcov a má tvar ako na obrázku. Dĺžka strany jedného štvorca je jeden meter. **Vieme takýmito dlaždicami vyplniť štvorcovú plochu na chodníku s rozmermi 10×10 metrov bez toho, aby sa dlaždice prekryvali či lámali?**



Tom išiel ďalej. Kolená sa mu ešte stále trochu chveli, no opierajúc sa o Palicu neprestával kráčať. Postupne začal stretávať ďalších ľudí, ktorí sa na vydláždenú cestu pripájali z menších chodníčkov. Šli spravidla zhrbení, nesúc ťažké náklady. Nik neprehovoril nahlas, nik si nespieval, nikto sa nesmiel. Všetkých opantával strach zo Surovca. Tom so sklonenou hlavou postupoval ďalej a Palica ho v ruke čoraz viac chladila.

Po chvíli dorazil k bráne Surovcovho hradu. Stráža mu ako malému chlapcovi nevenovali temer žiadnu pozornosť, a tak bez väčších problémov prekázol až dnu do hradu. Ako sa však dostať do Surovcových súkromných komnát? Sadol si neďaleko dverí, pred ktorými sa prechádzala stráž a premýšľal, čo ďalej.

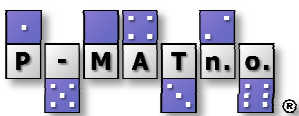
Na poludnie zazvonil vo veži zvon. Vojak strážiaci dvere sa pohol a zamieril preč. Oproti nemu už po chodbe pevnými krokmi kráčal druhý vojak. Keď prechádzali okolo seba, prvý čosi povedal, druhý sa zastavil a dali sa do reči. Tomovi nebolo viac treba. Neváhal ani chvíľu, rozrazil nestrážené dvere a rýchlo ich za sebou zavrel. Ocitol sa v tmavej chodbe, na ktorej konci sedela trojhlavá líška a všetkými šiestimi očami si Toma nedôverčivo prezerala.

*Svoje riešenia uploadni na náš portál [www.pikommat.sk](http://www.pikommat.sk), alebo pošli poštou (adresa je na prvej strane) najneskôr **7. novembra 2011** (rozhoduje dátum na pečiatke pošty, resp. čas servera).*

**Tešíme sa na Tvoje riešenia!** Ak Ti niečo nie je jasné, neváhaj a spýtaj sa nás e-mailom na adresu [pikommat@p-mat.sk](mailto:pikommat@p-mat.sk). Na túto adresu nám neposielaj riešenia.

### Zopár rád na záver

- *Nezabudni napísať svoj postup aj so zdôvodnením jednotlivých krokov.*
- *Ak skúšaš viac možností, nezabudni skúsiť všetky – príklad môže mať viac riešení.*
- *Keď nevieš, ako ďalej, neprepadaj panike. Najlepšie sa rozmyšľa v klude. Pošli nám aspoň to, čo už máš, aj za to môžeš dostať body.*
- *Ak odovzdávaš riešenia cez Internet, nenechávaj si to na poslednú chvíľu, radšej ich odovzdaj o deň skôr, a keby to náhodou nešlo, ešte vždy môžeš na druhý deň zbehnúť na poštu.*



organizátor korešpondenčného  
seminára Pikomat



AGENTÚRA  
NA PODPORU  
VÝSKUMU A VÝVOJA

Pikommat je podporovaný Agentúrou na podporu výskumu a vývoja na základe Zmluvy č. LPP-0375-09.