

PIKOMAT

Zadania 3. série letnej časti kategórie 7-9

No, to poznáte, dni sa pomaly mívajú a tie prázdniny nie a nie prísť. Ja, ani moji kamaráti sa už nevieme dočkať konca školského roku. Mohol by som zase navštíviť bratranca Jožka. Jediný, kto sa neteší na prázdniny je kamarát Mišo, lebo sa zaľúbil do Zuzky a ona ide na prázdniny za sestrou do Francúzska. Odkedy je zaľúbený, je úplne iný. Napríklad raz nám rozprával, ako jej pomohol.

Príklad S1: polotučné mlieko

Zuzka mala totiž na hodinu varenia doniesť jednu zložku receptu - polotučné mlieko (to má 1,5% tuku). V obchode však mali iba plnotučné mlieko s 3% obsahom tuku a nízkoťučné s 0,5% obsahom tuku. Pretože mala prísnu učiteľku, tak nevedela, čo si má počítať. Miško sa rozhodol, že Zuzke namieša polotučné mlieko z plnotučného a nízkoťučného a tak kúpili 1 liter plnotučného a 1 liter nízkoťučného mlieka.

Koľko polotučného mlieka mohol Miško Zuzke namiešať (okrem toho mlieka, ktoré kúpili v obchode iné nemali)? V akom pomere treba nízkoťučné a plnotučné mlieko zmiešať, aby v takto získanom polotučnom mlieku bolo práve 1,5% tuku?

Len taká podotázka - nepovinná: Oplatí sa vôbec kupovať polotučné mlieko - ako draho by vyšlo miešané polotučné mlieko v porovnaní s kupovaným?

Po tomto gentlemanskom akte niet divu, že aj Zuzka sa zaľúbila do Miša. Stále nám o nej rozpráva. Že vraj raz, keď tak večer pozorovali hviezdy, začali ich počítať (ako inak, že). A že vraj ich napočítali $2002^{2001} - 2001$. Keď to Mišo povedal, zdalo sa mi, že ho tá láska úplne pomiatla a tak som mu dal kontrolnú otázku: Vieš aspoň, na aké dvojčíslenie sa to číslo končí?

Príklad S2: ako hviezd na nebi...

Viete aj vy, na aké dvojčíslenie sa končí číslo: $2002^{2001} - 2001$? (Mišo pri sebe nemal ani kalkulačku ani počítač a predsa to vedel. Zabudnite teda na tieto výdobytky techniky aj vy a pokúste sa to zistiť aj bez ich použitia.)

Mišo odpovedal správne a tak sme ho opäť prijali medzi seba. O Zuzke už rozprával menej, ale aj tak sme sa napríklad ešte dozvedeli, že Zuzka nedávno dostala knihu mágie. Nemá však potrebné čarovné predmety a tak sa rozhodla, že si ich sama vyrobí. A Mišo, ako inak, jej s tým pomáhal. Aj nás do toho zatiahol. Zuzka napr. potrebovala kocku s očíslovanými vrcholmi.

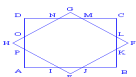
Príklad S3: magická kocka

Čísla museli byť trojciferné, skladajúce sa iba z čísel 1 a 2 a čísla v dvoch susedných vrchoch kocky sa museli líšiť aspoň na dvoch miestach (za susedné vrcholy považujeme vrcholy spojené hranou). Žiadne dva vrcholy nemôžu byť očíslované tým istým číslom. Je vôbec možné takto kocku očíslovať? Ak áno, nájdite aspoň jedno riešenie. Ak nie, vysvetlite prečo.

Tento Zuzkin problém nám všetkým dal naozaj zabráť, a kým sme prišli na to, ako to vlastne je, už Zuzka potrebovala magickú kruhovú podložku s rovnakým obsahom, ako má jej kúzelná osemcípá hviezda.

Príklad S4: hviezda a kruh

Hviezda sa skladala akoby z dvoch štvorcov ABCD a EFGH preložených cez seba tak, ako je to nakreslené na obrázku. Trojuholníky $\triangle IEJ$, $\triangle KFL$, $\triangle MGN$, $\triangle OHP$ sú zhodné, rovnoramenné a pravouhlé a podobne aj trojuholníky $\triangle PAI$, $\triangle JBK$, $\triangle LCM$, $\triangle NDO$ sú navzájom zhodné, rovnoramenné a pravouhlé. Aký obsah bude mať kruhová podložka, ak vieme, že obsah štvorca ABCD je 200 cm^2 a štvorca EFGH je 225 cm^2 ?



Zvládli sme aj to a ešte aj mnoho iných magických úloh. To všetko nám nakoniec tak učarovalo, že sme my chlapi prijali Zuzku medzi seba do kolektívu. A keby len to. Našu partiu sme nazvali MAGIC a po celej škole sme vyhlásili, že kto sa chce k nám pridať, tak musí vedieť odčarovať symboly tak, aby opäť boli číslicami a aby ten súčet aj platil.

Príklad S5: začarované symboly

Odčarujte symboly, aby platil súčet. Rovnaké symboly sa očarujú na rovnaké číslice a opačne, každý symbol

