

PIKOMAT

16. ročník šk. rok 1998/99

Zadania 1. série zimnej časti

Motto:

V rozprávke je vždy ukrytá pravda, inak by to nebola rozprávka. V rozprávke je aj veľa vymysleného, inak by to nebola rozprávka. A keď si budeš myslieť, že vieš, pokiaľ je tu napísaná pravda a kde začína rozprávka, tak vedz, že nič nevieš, pretože ja som rozprávka a rozprávka je pravda...

Žili raz štyria súrodenci, dvaja chlapci a dve dievčatá. Volali sa Peter, Zora, Martin a Nika. V tých časoch bolo bežné, že sa ledva odrastené deti vydali do sveta, aby zmúdreli a načerpali skúsenosti. Nebolo tomu inak ani u našich štyroch súrodencov. Chceli zažiť niečo neobyčajné a podarilo sa im to hneď na prvých krížnych cestách. Nevedeli, kam ďalej majú ísť, a tak sa opýtali troch trpaslíkov, ktorí tam vedľa seba sedeli. Jeden trpaslík sa volal Pravdík, hovoril vždy pravdu, druhý Klamárik, vždy klamal a tretí sa volal Akokedy, niekedy klamal a niekedy hovoril pravdu. Trpaslíci im povedali, že im prezradia cestu k dobrodružstvám, ak uhádnu, ako sa ktorý volá. Môžu sa ich však každého opýtať len jednu otázku. A tak sa Peter každého opýtal, ako sa volá ten trpaslík, ktorý sedí v strede. Ľavý trpaslík odpovedal, že Pravdík, trpaslík sediaci v strede povedal, že Klamárik a napravo sediaci trpaslík prezradil, že v strede sedí Akokedy.

Príklad 1: (♥ 5)

Kde sedí Pravdík, kde Klamárik a kde Akokedy?

Keďže pre Petra nebolo nijakým problémom určiť, ktorý trpaslík je Pravdík, zakrátko už vedeli, že prostrednou cestou sa dostanú na Lúku zázračných kvetov, pravá cesta vedie k Začarovanému lesu a ľavá k Smutnému kráľovi. Naši kamaráti sa rozhodli navštíviť Smutného kráľa. Smutný kráľ bol smutný, lebo nevedel, aké meno má dať svojej dcére. Keď sa narodila, prišla k jej kolíske Biela čarodejníca a povedala kráľovi, že jeho dcéra musí mať meno, aké jej ona dá, inak že ju zakľáje do bieleho mramoru. Meno bolo zostavené z ôsmich rovnakých kociek. Lenže beda! Kocky boli pri skalnej stene a meno bolo napísané tak, že ho nebolo vidieť. Bolo vidieť len niektoré časti kociek, a nik to nedokázal kocky otočiť. Kráľ teda nevedel, aké meno musí dať svojej dcére, pretože nevedel prísť na to, čo je napísané na druhej strane kociek. Nika sa však vynašla a o chvíľočku už princezníčka mala meno.

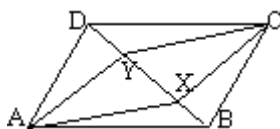
Príklad 2: (♥ 5, 6)

Aké meno je napísané na zadnej strane kociek?

Zrazu sa zablysko a v oblaku strieborného prachu stála pred deťmi rozhnevaná Biela čarodejníca. Vôbec sa jej nepáčilo, že deti zrušili kliatbu, ktorú chcela na princeznú uvaliť, a tak tu teraz stála a blýskala očami. Schmatla kolísku s princeznou a... Ostal po nich len studený opar a biely dym. Kráľ bedákal a dvorania plakali. Prvý prehovoril Martin: "Vaše veličenstvo, my sa pokúsime princeznú nájsť. Nebojte sa, určite vám ju privedieme naspäť." S týmito slovami sa súrodenci rozlúčili a odišli zo zámku. Keď došli opäť na krížne cesty, našli tam sedieť Pravdika. Klamárik a Akokedy išli zbierať bylinky na Začarovanú lúku. Akosi dlho sa nevracali, a tak sa Pravdík rozhodol ísť za nimi a poprosil o pomoc aj našich kamarátov. Začarovaná lúka bola plná hovoriacich kvetov. Mala tvar rovnobežníka a na jeho uhlopriečke rástli dva stromy.

Príklad 3: (♥ 5, 6, 7, 8, 9)

Máme rovnobežník ABCD a na jeho uhlopriečke BD sú body X a Y. Porovnajme obsah $\triangle ABX + \triangle CDY$ s obsahom $\triangle BCX + \triangle ADY$.



Pri jednom zo stromov stáli Klamárik a Akokedy a hádali sa o tom, koľko akých kvetov majú. Mali nazbieraných tridsať kvetov. Niektoré boli červené, iné modré, niektoré voňali, iné nie a niekoľko z nich hovorilo. Červených kvetov bolo dvadsaťštyri. Hovoriacich bolo sedemnášť. Voňalo ich štrnásť, z toho jedenásť bolo červených a šesť hovorilo. Tri kvety mali len tú vlastnosť, že hovorili. Z ostatných hovoriacich kvetov štyri voňali a boli červené.

Príklad 4: (♥ 5, 6, 7)

Koľko kvetov len voňalo a koľko ich bolo len červených?

Pravdík sa nahneval, že tu takto márnia čas rátaním kvetov. Tak si všetci siedmi navarili z nich čaj a rozmýšľali, kde by mohli nájsť Bielu čarodejnicu. Rozhodli sa, že by mali ísť do Začarovaného lesa. Trpaslíci ostali radšej na svojom rázcestí. Dali im však na pamiatku prútik, o ktorom vedeli len toľko, že ho stratil Lesný duch, keď sa naháňal s Divožienkou. Peter rozhodol, že by naň mali vystrúhať truhličku. Zora podotkla, že truhlička by mala byť čo najmenšia, aby nebola veľmi ťažká. Tak sa Martin pustil do práce.

Príklad 5: (♥ 5, 6, 7, 8, 9)

Prútik bol dlhý sedemnášť palcov. Truhlička mala byť tvaru kvádra s rozmermi $3a \times a \times a$. Aké najmenšie môže byť číslo a , aby sa do nej prútik zmestil?

Na mieste, kde cestička vchádzala do lesa stálo niekoľko hovoriacich stromov. Bolo ich toľko, ako dvojciferných prvočísel, v ktorých keď vymeníme cifry, dostaneme tiež prvočíslo.

Príklad 6: (♥ 5, 6, 7, 8)

Koľko bolo hovoriacich stromov?

Stromy im prezradili, že sa cez les viezla Biela čarodejnica na svojom krištáľovom koči. Súrodenci sa teda vydali cez les. V lese žilo veľké množstvo netopierov, ktoré sa na deti vrhli. Ich počet bol najväčšie prirodzené číslo deliteľné jedenástimi, v ktorom sa každá z cifier 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 vyskytovala práve raz.

Príklad 7: (♥ 5, 6, 7, 8, 9)

Koľko netopierov napadlo deti?

Po urputnom víťaznom boji sa Peter, Zora, Martin a Nika pobrali ďalej. Predierali sa húštinou až k potoku, v ktorom tiekla perlivá voda. Po potoku bezradne plávala kačka. Spýtali sa jej, čo ju trápi a ona im odpovedala, že postavila dve hniezda na pravom brehu potoka a nevie, kde má loviť rybky, aby cesta z jedného hniezda k nej a potom do druhého hniezda bola čo najkratšia.

Príklad 8: (♥ 5, 6, 7, 8, 9)

Rieka je tvaru priamky. V jednej polrovine sú body A, B. Nájdite na priamke bod C tak, aby dĺžka lomenej čiary ACB bola čo najkratšia.

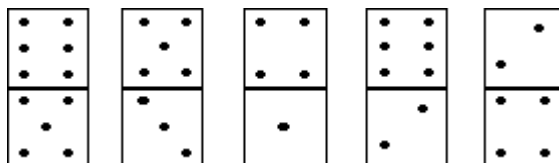
Kačka im poďakovala za radu a povedala im, že nápis na najbližšom strome nie je pravdivý. Nápis znel: "Ak tento strom je aspoň storočný, tak v prípade, že riečka tečie z východu na západ, zámok Bielej čarodejnice je na severe." Naši priatelia z nápisu zistili, či sa k zámku majú vydať na sever, alebo na juh.

Príklad 9: (♥ 5, 6, 7, 8, 9)

Je strom aspoň storočný? Tečie riečka z východu na západ? Je zámok čarodejnice na severe?

Súrodenci sa teda vybrali tak, ako vyčítali z nápisu. Chodníček ich priviedol k chalúpkke elfa Diega. Elf bol veľmi múdry a povedal im, že ak vyriešia jeho hádanku, poradí im, ktorý zo šiestich mešcov, čo má, je zázračný. Dal im hádanku:

Príklad 10: (♥ 5)



Posledná kocka elfomina nesedí v postupnosti, v ktorej sú poukladané predošlé kocky. Aké čísla by mali byť na poslednej kocke?

Zora rýchlo uhádla čísla na poslednej kocke a Diego začal počítat', ktorý mešec je čarovný. Na ruke mal šesť prstov a rátal od prvého po šiesty, potom naspäť a znova. Rátal do 1998 a potom im dal taký mešec, na akom prste zastal.

Príklad 11: (♥ 5, 6)

Ak rátame: prvý prst-1, druhý prst-2, tretí prst-3, štvrtý prst-4, piaty prst-5, šiesty prst-6, piaty prst-7, štvrtý prst-8, tretí prst-9, druhý prst-10, prvý prst-11, druhý prst-12, ... , na ktorý prst vyjde číslo 1998?

Mešec bol čarovný, lebo sa doň zmestilo všetko, čo doň dávali a stále nič nevážil. Vložili doň truhličku s prútikom a pobrali sa ďalej. Zastavili sa pri medveďovi, ktorý predával med. Vážil ho pomocou kameňa, mušle, konárika a sušenej ryby. Kameň vážil toľko, čo ryba a konárik dokopy. Ryba vážila toľko, ako konárik a mušľa a dva kamene vážili toľko, čo tri mušle.

Príklad 12: (♥ 5, 6, 7)

Koľko konárikov váži rovnako ako jedna rybka?

Nakúpili si medu za jednu mušľu a pobrali sa ďalej k zámku Bielej čarodejnice...

- pokračovanie -

Riešenia príkladov 1. série nám pošlite najneskôr v pondelok, 28. septembra 1998 (rozhodujúca je pečiatka pošty) na adresu

PIKOMAT

P-MAT, n. o.

Hrušková 30

831 06 Bratislava

Riešenia poslané po tomto termíne nebudú opravené.