

Zadania 1. série zimnej časti

Kde bolo, tam bolo, bola raz jedna krásna horská čistinka. Cez túto čistinku v slovenskej dedinke zvykol na jar tiecť potôčik. A keď sa roztopilo veľa snehu, mohli by sme ho nazvať aj potok.

Tento rok bol výnimočný, pretože napadlo naozaj veľa snehu a spolu s jarnými dažďami sa zrazu na čistinke nahromadilo príliš veľa vody. Tak sa voda vybrala do sveta. Súčasťou tohto mohutného systému potokov, prítokov a ústí chcela byť aj malá Kvapka. Nevedno kde sa vzala – či prišla na zem s dažďom, snehom, alebo sa vyparila z pôdy. Neďaleký Potok ju však presvedčil, že jej bude lepšie v skupine – bude mať okolo seba kamarátov s ktorými sa bude môcť porozprávať, alebo sa zamýšľať nad zaujímavými problémami.

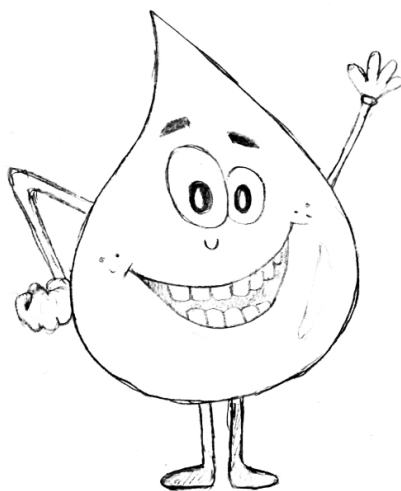
Úloha 1: Kvapky **5 6 P**

Kvapky v potoku rozmýšľali, koľko kvapiek sa včera pridalo k Potoku. Počet kvapiek, ktoré sa včera pridali, bol päťciferné číslo so zaujímavou vlastnosťou: Ak prečiarokneme prvé dve číslice tohto päťciferného čísla a za takto získané trojčiferné číslo pripíšeme číslicu 8, dostaneme štvorciferné číslo. Toto štvorciferné číslo bude štyrikrát menšie ako pôvodné päťciferné číslo. **Urči, koľko kvapiek sa včera pridalo k Potoku, teda nájdi všetky päťciferné čísla s touto vlastnosťou.**

Kvapka skočila do Potoka a zrazu bola jeho súčasťou. Kvapka bola veľmi šťastná, keď sa mohla hrať s kamarátmi, učiť sa od nich a cestovať po krajine v takejto príjemnej atmosfére.

Najprv si myslela, že cesta bude krátka a snažila sa užiť si každú chvíľu. Potom jej staršie kvapky vysvetlili, že putujú ďaleko-predaleko, až k oceánu. To Kvapku potešilo a radovala sa, že stráví dlhší čas s priateľmi, a že sa toto dobrodružstvo predĺži.

A tie deti! Ach, ako mala Kvapka rada deti. Tie úžasné, inteligentné stvorenia, ktoré so žiariacimi očami hľadeli na Potok. Kvapke sa zdalo, akoby jej dievčatko s vrkočmi hľadelo až do duše, keď prechádzala okolo. Dokonca sa na ňu usmialo. „Tak rada by som sa zastavila a pozdravila ju. Alebo nejaké iné dieťa, musí byť krásne byť človekom,“ vzdychla si. Potok sa v tej chvíli nespokojne zavrteľ. „Čo to rozprávaš, drahá Kvapka? Krásne byť človekom? Isteže nie. Niektorí ľudia nie sú dobrí a mnohí klamú,“ povedali jej staršie Kvapky. „Ale, čo to rozprávate? Veď sa pozrite na tie deti. Ako môžete



niečo také povedať?“ nechápala Kvapka. „Tak nám teda povedz, ako je to s tamtými študentmi?“ otočili sa na Kvapku staršie kvapky.

Úloha 2: Študentské klamstvá **S 6 7 P S**

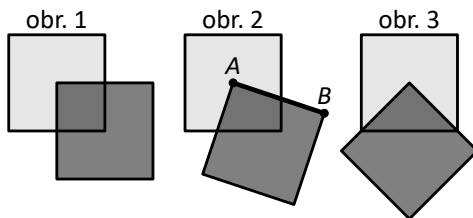
Každý z 36 študentov buď vždy hovoril pravdu, alebo vždy klamal. Taktiež mal každý z nich rád práve jednu činnosť: buď spev, alebo tanec, alebo matematiku. Učiteľ položil všetkým študentom tieto tri otázky: Máš rád spev? Máš rád tanec? Máš rád matematiku? Každý zo študentov odpovedal na všetky tri otázky. Na prvú otázku povedali ôsmi „áno“, na druhú odpovedali dvanásť „áno“ a na tretiu odpovedali dvadsiati „áno“. **Koľkí spomedzi študentov boli klamári?**

„To je iba náhoda, určite sa iba hrali,“ obhajovala študentov Kvapka. „Ach Kvapka, si taká mladá a naivná. Každé dieťa raz vyrastie,“ smutne povedali ostatné kvapky. „A čo je na tom zlé? Vyrásť nemôže byť také zlé,“ rozjímala Kvapka.

Ostatné kvapky sa na seba len súcitne pozreli. Ony boli s Potokom dlhšie a vedeli, aké veci ich opäť čakajú na nekonečnej ceste k oceánu. Aké hrôzy uvidia. Báli sa, čo to bude tento rok, lebo to bolo čoraz horšie. Raz večer, keď Kvapka hľadala na hviezdy, myslela na ľudí. Na deti a hlavne na usmiate dievčatko. „Čo tu robíš, milá Kvapka, takto sama?“ spýtal sa jej Potok. „Nie som sama Potôčik, som tu predsa so svojimi myšlienkami. A takisto viem, že aj ty ma strážiš,“ usmiala sa. „Áno, to je pravda. A o čom tak usilovne premýšľaš Kvapka?“ „O ľuďoch a jednom rozhovore, čo som pri študentoch počula, Potôčik. Myslím si, že ľudia sú úžasní. Dokonalí...“ snívala Kvapka. Nestihla však dopovedať, lebo na hladinu Potoka začali dopadať papieriky, ktoré tam hádzali deti z mosta. Kvapku aj Potok zaujalo, ako boli dvojice papierikov pospájané.

Úloha 3: Papieriky na hladine **S 6 7 8 9 P S T K**

Deti hádzali do potoka dvojice papierikov zlepených dokopy. Tie boli zlepené tak, že tmavý štvorcový papierik bol svojím rohom prilepený v strede svetlého, rovnako veľkého štvorcového papierika. Tri takéto dvojice papierikov mali každá nejakú zaujímavú vlastnosť:



1. V prvej dvojici strany tmavého papierika pretínali strany svetlého papierika v ich stredoch (obr. 1).
2. V druhej dvojici vyznačená strana AB tmavého papierika pretínala stranu svetlého papierika presne v tretine jej dĺžky (obr. 2).
3. V tretej dvojici strany tmavého papierika prechádzali vrcholmi svetlého papierika (obr. 3).

V ktorej z týchto troch dvojíc bol obsah prieniku (prekryvu) papierikov najväčší? Prečo?

„Netrvalo dlho a Kvapka s Potokom úlohu vyriešili a zase se mohli vrátiť k tomu, o čom rozmýšľali predtým. „Počuj, Kvapka, keď ťa už tak veľmi trápia ľudia, vieš o tom, že existuje spôsob, ako byť pre ľudí veľmi prospešná? Tak sa k nim dá dostať veľmi blízko. Vlastne najviac, ako je to len možné,“ povedal Potok. Kvapke zažiarili oči. „Naozaj? Prečo ste mi o tom nepovedali už skôr? To je úžasné, čo pre to môžem urobiť?“ tešila sa. „Je to dlhý príbeh, nebude to jednoduché...“ rozrozprával sa Potok.

„Naša cesta je naozaj dlhá, tak dlhá, že aj tie najtrpezlivejšie kvapky začnú byť nervózne. A potom zrazu, keď už sa ti to ani nebude zdať možné, uvidíš veľkú žltú budovu. Ak by si ju aj nevidela, určite ju započuješ, je veľmi hlučná. Do tejto budovy chodia

len výnimočné kvapky. Najodvážnejšie z odvážnych. V tejto žltej budove pracujú dvaja robotníci, dokonca menovci.“

Úloha 4: Kamienky **5 6 7 8 9 P S T K**

Vždy počas poobednej prestávky sa Paťo a Patrik pozerali na kôpku kamienkov vyplavených na breh rieky. Pri jednej z takýchto prestávok sa medzi nimi odohral zvláštny rozhovor:

Patrik: „Včera po robote som spočítal kamienky na tejto kôpke.“

Paťo: „Ale nevrav, ozaj? A koľko ich je?“

Patrik: „To ti nepoviem, ale prezradím ti, že ak by som z nich jeden odobral, počet zvyšných kamienkov by bol deliteľný jednotkou.“

Paťo: „Ale to predsa platí o každom možnom počte kamienkov!“

Patrik: „Tak ti poviem aj to, že keby som zo zostávajúcich kamienkov následne odobral ešte ďalšie dva kamienky, počet zvyšných kamienkov by bol deliteľný dvoma.“

Paťo: „Dobre, tým sa niektoré možnosti vylúčili, ale stále ich je priveľa...“

Patrik: „Nuž, keby som potom z kôpky odobral ešte ďalšie tri kamienky, počet zostávajúcich kamienkov by bol deliteľný tromi.“

Paťo: „To je síce zaujímavé, ešte stále však neviem s istotou určiť, koľko bolo na tej kôpke kamienkov.“

Patrik: „Nepreerušuj ma. Keby som napokon zo zostávajúcich kamienkov odobral ešte ďalšie štyri, počet tých, čo by na kôpke zvýšili, by bol deliteľný štyrmi.“

Paťo: „Tak počkaj, teraz si zo mňa už strieľaš! Taký počet neexistuje!“

Kto mal pravdu? Ak Patrik, aký bol pôvodný počet kamienkov na kôpke? Ak Paťo, prečo neexistuje počet kamienkov, ktorý by spĺňal všetky Patrikove podmienky?

„No a keď budeme prechádzať okolo tejto budovy, uvidíme, ako to dopadne. V prvom prípade budeš môcť pomôcť ľuďom, v druhom prípade budeš s nami putovať ďalej, do oceánu. Myslím, že obe možnosti sú prijateľné,“ pousmial sa Potok a Kvapka vyzerala byť spokojná.

Ako Potok putoval ďalej, začal sa zväčšovať a naberať mnoho nových kvapiek. Tie boli veľmi vystrašené z toho, čo po ceste videli. Jedna kvapka začala spomínať, ako sa do potoka takmer ani nedostala. „Náš kraj trápia obrovské suchá, z ktorých vznikajú rozsiahle lesné požiare. Je smutné vidieť, ako sa nám náš domov stráca pred očami. Videla som jelenicu s mláďatami utekať pred ozrutnými plameňmi, ale cestu im zatarasil padnutý strom. Bolo to strašné,“ plačúc rozprávala. Kvapka započula výkrik.

Vystrašená sa vynorila za ostatnými kvapkami. V tom to zbadala. „Ešte pred rokom tu bol nádherný, nedotknutý les plný vzácnych rastlín,“ smutne hovorili staršie kvapky. „Bolo v ňom veľa krásnych borovic,“ zastonala najstaršia kvapka. „Taká škoda...“

Úloha 5: Borovicový les **7 8 9 S T K**

Borovic v lese bolo toľko, že keby ich niekto postupne očísloval 1, 2, 3, ..., použil by trikrát viac cifier, než bolo samotných borovic. **Koľko bolo v lese borovic?**

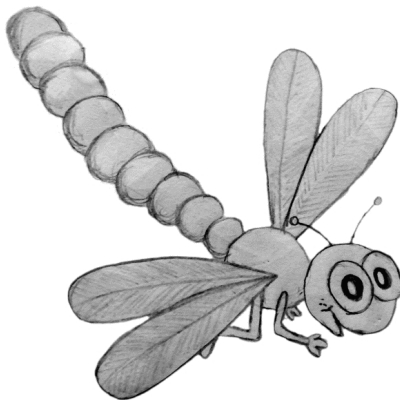
Teraz Kvapka len sledovala mužov s pílamami, ako ničia zdravý les a počula, ako drevo pri každom zapílení narieka. „Ešte stále si myslíš, Kvapka, že ľudia sú dokonalí?“ opýtal sa Potok.

Kvapkine sympatie k ľuďom trochu pohasli, no povedala si, že im ešte dá šancu. „Vieš, Potok, ľudí je veľa a sú rôzni – nie všetci sú zlí, ľahostajní a pesimistickí. Niektorí sú aj dobrosrdeční a veselí,“ odpovedala Kvapka. No Potok však videl, že Kvapka je stále smutnejšia, a tak sa ju pokúsil rozveseliť úlohou o veselých číslach.

Úloha 6: Veselé čísla **7 8 9 S T K**

Nezáporné celé číslo (teda 0, 1, 2, 3, ...) nazvime veselé, ak jeho cifry zľava doprava klesajú a každé dve susedné cifry sa líšia aspoň o 2. Napríklad čísla 7, 820 a 97531 sú veselé, no čísla 24, 87 a 99753 nie. **Koľko nezáporných celých čísel je veselých?**

Prešlo niekoľko slnečných dní a Kvapku už prestávalo baviť sledovať ľudí, ako sa kúpu v potoku. Chcela sa s niekým rozprávať, ale so starými kvapkami si už nemala čo povedať. Chýbali jej rovnako staré kamarátky, ktoré prúd odniesol rôzne po Potoku. Rozhodla sa im poslať správu pomocou vážky, s ktorou sa občas rozprávala o tom, ako ide život v iných potokoch. Cez vážku sa kvapky dohodli, že sa stretnú v jazere, cez ktorý potok tiekol, aby sa smutná Kvapka mohla vyroznávať.



Aká bola Kvapka šťastná, že opäť vidí svoje kamarátky! Ani nevedela, čím začať. Povedala im všetko, čo jej ležalo na srdci. A veru, že sa cítila lepšie. Bolo to dlhé a príjemné posedenie, ale nadišiel čas sa rozlúčiť a zaplatiť šťuku, ktorá ich v jazere prichýlila. Každá kvapka prispela nejakou tou mincou, no keď už chceli zaplatiť, všimli si, že nie všetky sú rovnaké.

Úloha 7: Mince **8 9 T K**

Kvapkám sa pomiešalo 5 pravých a 2 falošné mince. Vedeli, že každá pravá minca váži 20 g a každá falošná minca váži 18 g. Ochotná šťuka im požičala rovnoramenné váhy bez mierky či závaží. **Koľko najmenej vážení kvapkám stačilo, aby mohli s istotou povedať, ktoré mince boli pravé a ktoré falošné? Popíš presný systém váženia mincí.**

„Ale Kvapka nesmúť, ešte sa niekedy stretneme. Teraz už musíme ísť, blíži sa vodná elektrárň a vieš, že tam sa treba držať pokope a riadiť sa pokynmi,“ súhlasne pritakali ostatné kamarátky. „Jasné, chápem,“ usmiala sa Kvapka. „Majte sa dobre a dávajte si pozor,“ zakričala kývajúca Kvapka.

Čo sa s Kvapkou stane vo vodnej elektrárni? Podarí sa jej dostať sa bližšie k ľuďom? Rieš aj ďalšiu sériu Pikomatu a dozvieš sa!

Svoje riešenia najneskôr **30. septembra 2019**:

- nahraj do **22:00** na **www.pikommat.sk** vo formáte PDF alebo JPG (návod nájdeš na stránke)

ALEBO

- pošli poštou na **PIKOMAT, P-MAT, n.o. Ambroseho 2, 851 04 Bratislava 5.**

Rozhoduje čas nášho servera, prípadne dátum na pečiatke pošty. Neskoro doručeným riešeniam strhávame body alebo ich vôbec nemusíme akceptovať! Ak Ti niečo nie je jasné, neváhaj a spýtaj sa nás na **pikommat@p-mat.sk**. Riešenia nám však, prosím, e-mailom neposielaj. Tešíme sa na Tvoje riešenia!

Rady Tatka Pikomatka:

- Nezabudni napísať svoj postup aj so zdôvodnením jednotlivých krokov.
- Skús riešenie napísať tak, ako keby si vysvetľoval/-a kamarátom, ako sa takáto úloha rieši.
- Pokús sa nájsť všetky riešenia – vyriešiť úlohu neznamená objaviť jedno riešenie!
- Ak ideš skúšať všetky možnosti, nájdi si nejaký systém, aby sa Ti nestalo, že niektoré možnosti zabudneš vyskúšať. Nezabudni nám o svojom systéme aj napísať – nestačí len „vyskúšal/-a som všetky možnosti“!
- Ak si myslíš, že úloha nemá riešenie, pokús sa aj vysvetliť, prečo ho nemá.
- Keď nevieš, ako ďalej, neprepadaj panike. Najlepšie sa rozmýšľa v klude. Pošli nám aspoň to, čo už máš, aj za to môžeš dostať body.
- Pri geometrických úlohách nestačí len narysovať daný útvar a odmerať dĺžky či uhly potrebné na vyriešenie úlohy. Meranie nikdy nie je dokonale presné, všetky požadované údaje je preto treba vypočítať.
- Ak odovzdávaš riešenia cez internet, nenechávaj si to na poslednú chvíľu, radšej ich odovzdaj o deň skôr, a keby to náhodou nešlo, ešte vždy môžeš na druhý deň zbehnúť na poštu.



p - mat

Organizátor korešpondenčného
seminára Pikomat